

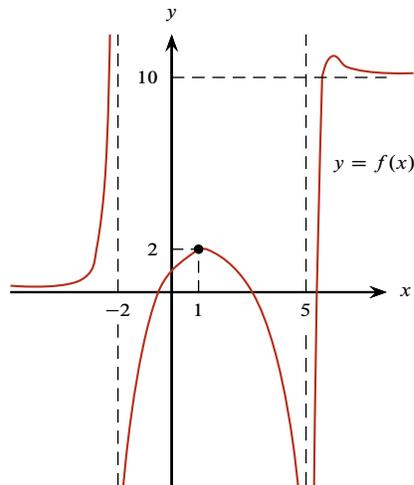
## Tipos de discontinuidades

1. Bosqueje la gráfica de una función  $f$  que cumpla las siguientes condiciones:

- |   |   |  |
|---|---|--|
| a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2;$   | d. $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty;$          | g. $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty;$ |
| b. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty;$ | e. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty;$           | h. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2.$   |
| c. $f(1) = 0;$                                | f. $f(x)$ tiene discontinuidad<br>removible en $x = 1;$ |  |

**s** **d**

2. Considere la gráfica de la función  $f$  dada en la figura



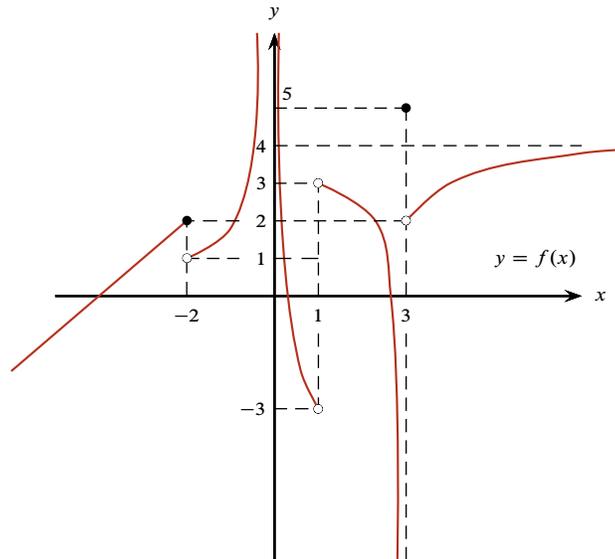
De la gráfica determine los siguientes límites:

- |   |                                      |   |
|---|--------------------------------------|---|
| a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x);$ | d. $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x);$ | f. $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x);$    |
| b. $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x);$     | e. $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x);$  | g. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$ |
| c. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x);$       |                                      |   |

Clasifique las discontinuidades.

**s** **d**

3. La función  $f$  tiene la gráfica siguiente:



a. De la gráfica obtener

- |  |   |   |
|--|---|---|
| i. $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ ;  | v. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ;    | ix. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ; |
| ii. $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ ; | vi. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ;   | x. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .  |
| iii. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ; | vii. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ ;  |   |
| iv. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ;  | viii. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ ; |   |

b. Del inciso anterior clasifique las discontinuidades de la función y escriba las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.

**s** **d**

4. Dada la función

$$g(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x < 1; \\ 4 & \text{si } x = 1; \\ x^2 - 2 & \text{si } 1 < x \leq 2; \\ 3 & \text{si } 2 < x. \end{cases}$$

Analizar los tipos de discontinuidades en  $x = 1$  y en  $x = 2$ .

**s** **d**

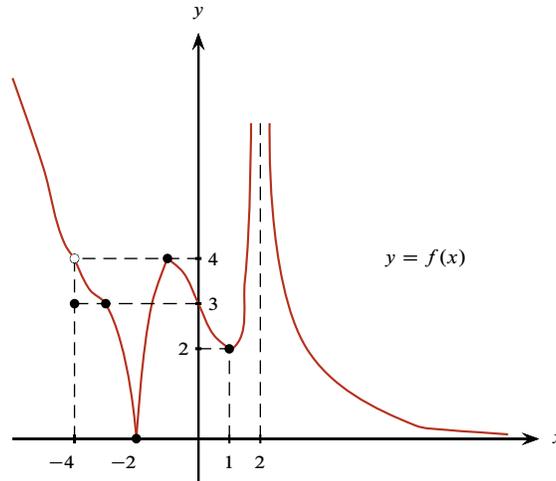
5. Trace la gráfica de una función  $f$  que tenga una discontinuidad removible en  $x = -2$  y que además satisfaga las condiciones siguientes:

- |                 |  |  |
|-----------------|--|--|
| a. $f(0) = 3$ ; | d. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2$ ;       | f. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ; |
| b. $f(4) = 0$ ; | e. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ ; | g. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ . |
| c. $f(6) = 0$ ; |  |  |

**s** **d**

6. A partir de la gráfica de  $f$ , determine:

- Los puntos de discontinuidad y su clasificación.
- Las ecuaciones de las asíntotas verticales y las ecuaciones de las asíntotas horizontales.



**s** **d**

7. Bosqueje una posible gráfica de una función  $f$  que cumpla con las siguientes condiciones:

- $f(x) = 1$  si  $4 < x < 6$ ;
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;
- $f(-2) = 0$ ;
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  y  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ ;
- $\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = 1$ .

Señale los puntos de discontinuidad esencial.

**s** **d**

8. Si  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ , ¿qué tipo de discontinuidad hay en  $x = 0$ ? ¿esencial? ¿removible?

Justifique su respuesta.

**s** **d**

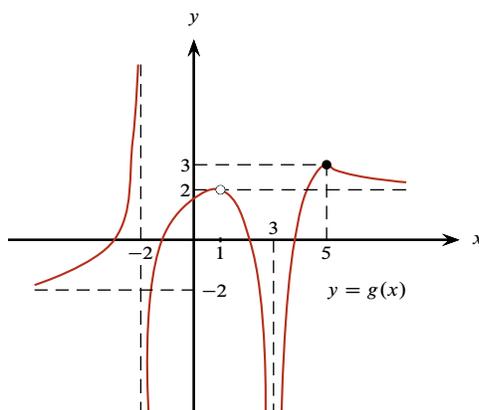
9. Sea  $(-\infty, 4) - \{-4\}$  el dominio de una función  $f$ . Trace una posible gráfica de esa función que cumpla con las condiciones siguientes:

- Los puntos  $(-3, 2)$ ,  $(-5, 0)$ ,  $(1, 0)$  &  $(3, 0)$  están en su gráfica.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ .
- $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = +\infty$ .
- $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = -2$ .

A partir de la gráfica, determine y clasifique los puntos de discontinuidad de la función  $f$ .

**s** **d**

10. A partir de la gráfica de la función  $g$  que observamos a continuación



determine:

a.  $\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x)$ ;

c.  $\lim_{x \rightarrow -2} g(x)$ ;

e.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ;

b.  $\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x)$ ;

d.  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ ;

f.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ .

Puntos de discontinuidad y su clasificación.

Ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.

s  d

11. Sea la función

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 2x - 8}.$$

Encontrar y clasificar las discontinuidades. Determinar las asíntotas verticales y horizontales.

s  d

12. Dada  $f(x) = \frac{x^2 + 5x}{x^2 + 4x - 5}$ , obtener:

a. Puntos de discontinuidad y su clasificación.

b. Asíntotas verticales y horizontales.

c. Esbozo de la gráfica.

s  d

13. Dibujar la gráfica posible de la función  $f$  que cumpla las condiciones siguientes:

a.  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$ ;

b.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$ ;

c.  $f(x)$  tiene una discontinuidad removible en  $x = 0$ ;

d.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ ;

e.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$ .

s d