

Continuidad en intervalos.

1. Sea $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 9$; demuestre que hay, al menos, un número a entre 0 & 10 tal que $f(a) = 500$.

s d 2

2. El costo de fabricación de q automóviles eléctricos, en miles de pesos, es de

$$C(q) = 5q^3 + 13q^2 + 14;$$

mientras que el ingreso, también en miles de pesos, es de

$$I(q) = q^4 - 5q.$$

Demstrar que existe un valor entre 2 & 10, de la variable q , donde la fábrica ni gana ni pierde.

s d 6

3. Sea $f: [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 - 2x^2 - 10x$. ¿Existe un punto $a \in [1, 3]$ tal que $f(a) = -15$? Justifique su respuesta.

s d 11

4. La temperatura T (en °C) a la que el agua hierve está dada por la fórmula

$$T(h) = 100.862 - 0.0415\sqrt{h + 431.03},$$

donde h es la altura sobre el nivel del mar (medida en metros).

Use el teorema del Valor Intermedio y diga si entre los 4 000 y 4 500 metros sobre el nivel del mar hay una altitud a la cual hierve a 98°C. Justifique su respuesta.

s d 17

5. Verifique que la ecuación $x^3 + x - 1 = 0$ tiene una raíz entre 0 & 1. Dé un intervalo de longitud $\frac{1}{4}$ que contenga a dicha raíz.

s d 20

6. Determinar un intervalo de longitud 0.5 que contenga a una raíz de la ecuación $x^3 + 2x + 4 = 0$.

s d 24

7. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } -2 \leq x < 0; \\ -(x^2 + 2) & \text{si } 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

- a. Calcular $f(-2)$ & $f(2)$.
b. ¿Existe $c \in (-2, 2)$ tal que $f(c) = 0$?

s d 29

8. Sea el polinomio $p(x) = x^3 - 4x + 2$. Aproxime en el intervalo $[1, 2]$ una raíz del polinomio con error menor que $\frac{1}{4}$.

s d 32

9. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua tal que $f(-10) = -4$, $f(-3) = 2$, $f(1) = 0$, $f(2) = 8$ y que $f(4) = -5$.

Determine el número de raíces que, al menos, tiene la función f y en qué intervalos se encuentran.

s d 48

10. Verifique que la ecuación $x^3 - 4x - 2 = 0$ tiene una raíz real en el intervalo $[2, 3]$ y determine un intervalo de longitud $1/4$ que contenga a dicha raíz.

s d 74

11. Determine un intervalo de longitud $\frac{1}{4}$ en el que la ecuación $x^3 - 3x + 1 = 0$ tenga una raíz.

s d 78

12. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x^6}{6} + \frac{x^4}{4} - x^2 - 1$. Pruebe que esa función tiene al menos una raíz positiva y otra negativa.

s d 85

13. Encuentre un intervalo en donde la función $h(x) = -2x^5 - 7x + 1$ tiene una raíz.

s d 96

14. Un polinomio pasa por los puntos $(-5, 10)$, $(2, 3)$ y $(17, -1)$.
¿Cuántas raíces tiene como mínimo? Justifique su respuesta.

s d 102

15. Muestre que la función $h(x) = x^5 + x - 5$ tiene al menos una raíz en los números reales.

s d 105

16. Halle un intervalo de longitud no mayor que 0.1 donde se encuentre una raíz del polinomio:

$$\rho(x) = -x^4 + 16x^3 - 60x^2 + 1.$$

s d 108

17. Dada la función $f(x) = x^5 + x - 1$, verifique que existe un número c tal que $f(c) = 0$. Es decir, justifique que la función tiene una raíz.

s d 113

18. Dada la función $f(x) = -x^3 + 4x + 2$, obtener un intervalo en donde la función tenga al menos una raíz. Justifique su respuesta.

s **d** 115

19. Considere la función

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x^2-6x+8} & \text{si } x \neq 2 \text{ y } x \neq 4; \\ 1 & \text{si } x = 2; \end{cases}$$

determine:

- Dominio y raíces.
- Intervalos de continuidad y clasificación de discontinuidades.
- Ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.
- Bosquejo gráfico.

s **d** 3

20. Considere la función:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{2x-4}{2-x} & \text{si } x \neq 2; \\ 3 & \text{si } x = 2; \end{cases}$$

determine:

- Dominio y raíces.
- Intervalos de continuidad y clasificación de sus discontinuidades.
- Ecuaciones de sus asíntotas verticales y horizontales.
- Bosquejo gráfico.

s **d** 7

21. Para la función $f(x) = \frac{3x^2 - 12}{x^2 + x - 2}$, determine:

- Los puntos de discontinuidad y su clasificación.
- Los intervalos de continuidad.
- Las asíntotas verticales y horizontales.
- Por último esboce su gráfica.

s **d** 13

22. Considere la función $g(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 4}$.

- Obtener las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales de esta función g .
- Encontrar el dominio, las raíces y los intervalos de continuidad de la función.
- Bosquejar su gráfica.

s **d** 16

23. Sea la función $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + x - 2}$.

- Determinar dominio y raíces.
- Hallar intervalos de continuidad y clasificar las discontinuidades.
- Encontrar las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.
- En base a lo anterior, hacer el esbozo gráfico de f .

s **d** 23

24. Sea la función $g(x) = \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 8x + 15}$. Encuentre: raíces, discontinuidades y su clasificación, asíntotas e intervalos de continuidad. Bosqueje su gráfica.

s **d** 28

25. Considere la función $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 7x + 12}$.

- Proporcione dominio, raíces e intervalos de continuidad.
- Determine las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.
- Haga un esbozo gráfico de la función f .

s **d** 33

26. Considere la función $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$.

- Proporcione dominio, raíces e intervalos de continuidad de la función f .
- Obtenga las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales de la función f .
- Dibuje la gráfica y halle el rango de la función f .

s **d** 34

27. Sea $f(x) = \frac{6x^3 + 3x^2 - 3x}{2x^3 + 3x^2 - 2x}$, hallar:

- Dominio y raíces.
- Intervalos de continuidad, clasificando las discontinuidades.
- Ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.
- Esbozo gráfico de f .

s **d** 36

28. Considere la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{9 - x^2}$.

- Proporcione dominio, raíces e intervalos de continuidad de la función f .
- Obtenga las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales de la función f .
- Dibuje la gráfica y halle la imagen de la función f .

s **d** 41

29. Sea la función $h(x) = \frac{2x^2 - 18}{x^2 - 25}$.

- Obtener el dominio, raíces e intervalos de continuidad.
- Hallar las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.
- Bosquejar la gráfica de la función h .

s **d** 47

30. De la función $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 7x + 10}$, encontrar:

- Dominio, raíces, puntos de discontinuidad y su clasificación.
- Las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.
- El bosquejo de su gráfica.

s **d** 50

31. De la función $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 3x + 2}$, encontrar:

- Dominio, raíces, puntos de discontinuidad y su clasificación.
- Las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.
- El bosquejo de su gráfica.

s **d** 52

32. Para la función $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - x - 2}$, determinar:

- Dominio, raíces e intervalos de continuidad.
- Discontinuidades y su clasificación.
- Asíntotas verticales y horizontales.
- Un esbozo de la gráfica.

s **d** 53

33. Para la función $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3}$, determine:

- Dominio, raíces y paridad.
- Ecuaciones de las asíntotas verticales y de las asíntotas horizontales.
- Discontinuidades y su clasificación.
- Esbozo gráfico y rango.

s **d** 58

34. Para la función $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x}$, determine:

- Los puntos de discontinuidad y su clasificación.
- Las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.
- Un esbozo de la gráfica.

s **d** 60

35. Dada $f(x) = \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 + x - 2}$.

- Determinar su dominio y sus raíces.
- Clasifique sus puntos de discontinuidad.
- Encuentre las ecuaciones de sus asíntotas horizontales y verticales.
- Haga un bosquejo de su gráfica.

s **d** 64

36. Para la función $f(x) = \frac{x^2 - 1}{4 - x^2}$, obtener:

- Dominio y puntos de intersección con el eje x .
- Intervalos de continuidad.
- Ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.
- Bosquejo gráfico.

s **d** 67

37. Sea la función $f(x) = \frac{3x^3 - 3x}{x^4 + x^3}$.

Hallar el dominio y las raíces, clasificar sus discontinuidades, encontrar sus asíntotas verticales y horizontales y hacer un bosquejo de la gráfica.

s **d** 71

38. Para la función $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 4x + 3}$, determine:

- Dominio y raíces.
- Intervalos de continuidad. Puntos de discontinuidad y su clasificación.
- Asíntotas verticales y horizontales.
- Esbozo gráfico y rango.

s **d** 72

39. Para la función $f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 4}{x^2 - 4}$, determine:

- Dominio y raíces.
- Puntos de discontinuidad y su clasificación.
- Asíntotas verticales y horizontales.
- Esbozo gráfico de f .

s **d** 76

40. Para la función $f(x) = \frac{2x^2 + 6x}{x^2 + 5x + 6}$, determinar:

Dominio y raíces; intervalos de continuidad y tipo de discontinuidades; asíntotas verticales y horizontales; dibujar la gráfica.

s **d** 81

41. Para la función $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$, determine:

- Dominio, raíces y paridad.
- Clasificación de discontinuidades.
- Ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.
- Esbozo gráfico y rango de f .

s **d** 83

42. Para la función $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 4}$, determinar: dominio y raíces; intervalos de continuidad y tipo de discontinuidades; asíntotas verticales y horizontales; esbozar su gráfica.

s **d** 86

43. Sea la función $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2}{x^3 - x^2}$. Encontrar el dominio y las raíces; clasificar sus discontinuidades, encontrar sus asíntotas verticales y horizontales; además hacer un bosquejo de la gráfica.

s **d** 90

44. Para la función $f(x) = \frac{4x^2 - 8x}{x^2 - 4}$, realice lo siguiente:

- Determine su dominio y raíces.
- Mencione sus tipos de discontinuidad.
- Encuentre las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.
- Haga un esbozo de la gráfica de f .

s **d** 91

45. Para la curva $y = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$, obtener: dominio, raíces y paridad; intervalos de continuidad, discontinuidades y su clasificación; asíntotas verticales y horizontales.

s **d** 97

46. Dada la función $f(x) = \frac{2x^2 + 7x + 6}{2x^2 + x - 3}$, obtenga:

Dominio y raíces; intervalos de continuidad y puntos de discontinuidad (clasificados); asíntotas verticales y horizontales.

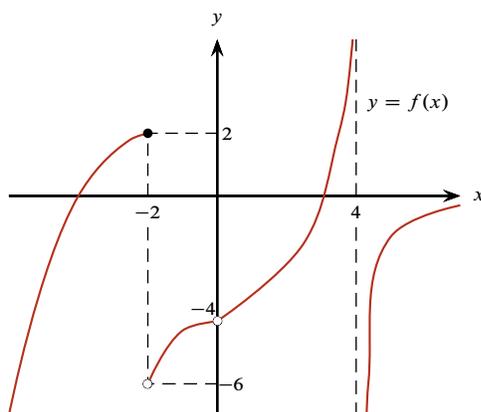
s **d** 117

47. Hallar dónde es continua la función

$$h(x) = \begin{cases} \frac{2x^2\sqrt{x} + 3x - 2x\sqrt{x} - 3}{x - 1} & \text{si } x \neq 1, x \geq 0; \\ 5 & \text{si } x = 1. \end{cases}$$

s **d** 27

48. Si la representación gráfica de una función f es:



- a. Hallar su dominio.
 b. Encontrar además los siguientes límites:

i. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x);$	iii. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x);$	v. $\lim_{x \rightarrow a} f(x).$
ii. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x);$	iv. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x);$	

Para $a = -2, 0, 4.$

- c. Obtener las asíntotas horizontales y verticales, los intervalos de continuidad y la clasificación de las discontinuidades

s **d** 37

49. a. Dar una posible gráfica para una función f que sea continua en su dominio $\mathbb{R} - \{-2, 0, 2\}$ y que satisfaga las condiciones:

i. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0;$	iv. $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 3;$	vii. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0;$
ii. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty;$	v. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty;$	viii. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3;$
iii. $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 1;$	vi. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty;$	ix. $f(1) = 0.$

- b. Clasifique sus discontinuidades.

s **d** 46