Relaciones.[800]

(1) Para cada una de estas relaciones en el conjunto $\{1,2,3,4\}$, decide si es o no reflexiva, si es o no simétrica, si es o no antisimétrica y si es o no transitiva.
  (a) $\{(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,3),(3,4)\}$
  (b) $\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
  (c) $\{(2,4),(4,2)\}$
  (d) $\{(1,2),(2,3),(3,4)\}$
  (e) $\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
  (f) $\{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,1),(3,4)\}$

(2) Determina si la relación R en el conjunto de todas las personas es reflexiva, simétrica, antisimétrica y/o transitiva, donde $(a,b)\in R$ si, y sólo si.
  (a) a es más alto que b.
  (b) a y b nacieron el mismo día.
  (c) a tiene el mismo nombre de pila que b.
  (d) a y b tienen un abuelo o abuela en común.

(3) Determina si la relación R en el conjunto de todos los números reales es reflexiva, simétrica, antisimétrica y/o transitiva, donde $(x,y)\in R$ si, y sólo si.
  (a) $x+y=0$
  (b) $x=\pm y$
  (c) $x-y$ es un número racional
  (d) $x=2y$
  (e) $xy\geq 0$
  (f) $xy=0$
  (g) $x=1$
  (h) $x=1$ o $y=1$.

(4) Determina si la relación R en el conjunto de todos los enteros es reflexiva, simétrica, antisimétrica y/o transitiva, donde $(x,y)\in R$ si, y sólo si.
  (a) $x\neq y$
  (b) $xy\geq 1$
  (c) $x=y+1$ o $x=y-1$
  (d) $x\equiv y \pmod 7$
  (e) x es un múltiplo de y
  (f) x e y son ambos negativos o ambos no negativos
  (g) $x=y^2$
  (h) $x\geq y^2$

(5) Sean $R_1=\{(1,2),(2,3),(3,4)\}$ y $R_2=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3),(3,4)\}$ relaciones de $\{1,2,3\}$ en $\{1,2,3,4\}$. Halla
  (a) $R_1\bigcup R_2$
  (b) $R_1\bigcap R_2$
  (c) R_1-R_2
  (d) R_2-R_1

(6) Sea R la relación $\{(1,2),(1,3),(2,3),(2,4),(3,1)\}$ y sea S la relación $\{(2,1),(3,1),(3,2),(4,2)\}$. Halla $S\circ R$.

[800] canek.azc.uam.mx: 8/ 3/ 2007

(7) Sean R_1 y R_2, respectivamente, las relaciones ≪congruente módulo 3≫ y ≪congruente módulo 4≫ en el conjunto de los enteros. Esto es, $R_1 = \left\{ (a,b) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, a \equiv b (\text{mod } 3) \right\}$ y $R_2 = \left\{ (a,b) \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, a \equiv b (\text{mod } 4)$ Halla

(a) $R_1 \bigcup R_2$
(b) $R_1 \bigcap R_2$
(c) $R_1 - R_2$
(d) $R_2 - R_1$
(e) $R_1 \oplus R_2$

(8) Enumera las 16 relaciones distintas en el conjunto $\{ 0, 1 \}$.

(9) ¿Cuántas de las 16 relaciones distintas en el conjunto $\{ 0, 1 \}$ contienen al par $(0, 1)$?

(10) ¿Cuáles de las 16 relaciones distintas en $\{ 0, 1 \}$ que enumeraste en el problema 8 son

(a) reflexivas?
(b) irreflexivas?
(c) simétricas?
(d) antisimétricas?
(e) asimétricas?
(f) transitivas?

(11) Encuentra el error en la ≪demostración≫ del siguiente ≪teorema≫.
≪Teorema≫: Sea R una relación simétrica y transitiva en un conjunto A. Entonces, R es reflexiva.
≪Demostración≫: Sea $a \in A$. Tomamos un elemento $b \in A$ talque $(a, b) \in R$. Como R es simétrica, también se tiene que $(b, a) \in R$. Usando ahora la propiedad transitiva, podemos concluir que $(a, a) \in R$, ya que $(a, b) \in R$ y $(b, a) \in R$.