

## Inducción matemática.

Demuestre por inducción:

$$(1) 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

$$(2) 1^2 - 2^2 + 3^2 + \cdots + (-1)^{n+1} = \frac{(-1)^{n+1}n(n+1)}{2}$$

$$(3) \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

$$(4) \frac{1}{2n} \leq \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n+2)}, n = 1, 2, \dots$$

$$(5) 2n + 1 \leq 2^n, n = 3, 4, \dots$$

$$(6) (1+x)^n \geq 1+nx \text{ para } x \geq -1 \text{ y } n = 1, 2, \dots$$

$$(7) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \cdots + \frac{n}{n+1} < \frac{n^2}{n+1}$$

$$(8) 7^n - 1 \text{ es divisible entre } 6, \text{ para } n = 1, 2, \dots$$

$$(9) 11^n - 6 \text{ es divisible entre } 5, \text{ para } n = 1, 2, \dots$$

$$(10) 6 \cdot 7^n - 2 \cdot 3^n \text{ es divisible entre } 4, \text{ para } n = 1, 2, \dots$$

(11) Demuestre que cualquier cantidad mayor o igual a 5 se puede pagar usando monedas de 2 y 5 pesos.

(12) Demuestre que cualquier cantidad mayor o igual a 24 se puede pagar usando monedas de 5 y 7 pesos.