# Relaciones.[600]

(1) Determine si la relación dada es una relación de equivalencia sobre $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Si la relación es una relación de equivalencia, enumere las clases de equivalencia. Considere $x, y \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
   (a) $\left\{ (x, y) \,\middle|\, 1 \le x \le 5, 1 \le y \le 5 \right\}$
   (b) $\left\{ (x, y) \,\middle|\, 4 \text{ divide a } x - y \right\}$
   (c) $\left\{ (x, y) \,\middle|\, 3 \text{ divide a } x + y \right\}$
   (d) $\left\{ (x, y) \,\middle|\, x \text{ divide a } 2 - y \right\}$

(2) Proporcione un ejemplo de una relación de equivalencia sobre $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ con exactamente cuatro clases de equivalencia, enumerando sus pares ordenados.

(3) Sea $X = \{1, 2, ..., 10\}$. Defina una relación $R$ sobre $X \times X$ como $(a, b)R(c, d)$ si $a + d = b + c$.
   (a) Muestre que $R$ es una relación de equivalencia sobre $X \times X$.
   (b) Enumere un miembro de cada clase de equivalencia de $X \times X$.

(4) Sea $X = \{1, 2, ..., 10\}$. Defina una relación $R$ sobre $X \times X$ como $(a, b)R(c, d)$ si $ad = bc$.
   (a) Muestre que $R$ es una relación de equivalencia sobre $X \times X$.
   (b) Enumere un miembro de cada clase de equivalencia de $X \times X$.
   (c) Describa la relación $R$ en términos familiares.

(5) Sea $R$ una relación reflexiva y transitiva sobre $X$. Muestre que $R \bigcap R^{-1}$ es una relación de equivalencia sobre $X$.

(6) Sean $R_1$ y $R_2$ relaciones de equivalencia sobre $X$.
   (a) Muestre que $R_1 \bigcap R_2$ es una relación de equivalencia sobre $X$.
   (b) Describa las clases de equivalencia de $R_1 \bigcap R_2$ en términos de las clases de equivalencia de $R_1$ y las clases de equivalencia de $R_2$.

[600] canek.azc.uam.mx: 13/ 10/ 2006