Aplicaciones

Usa la TLC para resolver los siguientes problemas

1.
$$\frac{d^2x}{dt^2} + 3\frac{dx}{dt} + 2x = t$$
, con $x(0) = x'(0) = 0$

2.
$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = \sin 3t$$
, con $x(0) = x'(0) = 0$

3.
$$\frac{d^4x}{dt^4} - 2\frac{d^2x}{dt^2} + x = \operatorname{sen} t$$
, con $x(0) = x'(0) = x''(0) = x'''(0) = 0$

4.
$$\frac{d^2y}{dt^2} + 4y = f(t)$$
, con $y(0) = y'(0) = 0$, donde $f(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \le t < 5; \\ \frac{t-5}{5}, & \text{si } 5 \le t < 10; \\ 1, & \text{si } t \ge 10. \end{cases}$

5.
$$\frac{d^2y}{dt^2} + y = f(t)$$
, con $y(0) = 0 \& y'(0) = 1$, donde $f(t) = \begin{cases} \frac{t}{2}, & \text{si } 0 \le t < 6; \\ 3, & \text{si } t \ge 6. \end{cases}$

6.
$$\frac{d^2y}{dt^2} + 4y = u(t - \pi) - u(t - 3\pi)$$
, con $y(0) = y'(0) = 0$

7.
$$\begin{cases} 3\frac{dx}{dt} + 2x + \frac{dy}{dt} = 1\\ \frac{dx}{dt} + 4\frac{dy}{dt} + 3y = 0 \end{cases}$$
, $con x(0) = y(0) = 0$

8.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x + 4y + \sin t \\ \frac{dy}{dt} = -2x + 3y + 1 \end{cases}$$
, con $x(0) = 0 & y(0) = 1$

9.
$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + y = 1\\ \frac{d^2y}{dt^2} + x = 0 \end{cases}$$
, $con x(0) = y(0) = x'(0) = y'(0) = 0$

10.
$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + 2x = 0\\ 2\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} = \cos t \end{cases}, \cos x(0) = 0, x'(0) = 0 \& y(0) = 0$$

11.
$$\begin{cases} y' + 2y + 6 \int_0^t z \, dt = -2 \\ y' + z' + z = 0 \end{cases}, \cos y(0) = -5 \& z(0) = 6$$

12. Calcular
$$y(t)$$
, si $y' + 3y + 2 \int_0^t y \, dt = f(t)$, con $y(0) = 1 & f(t) = \begin{cases} 2, & \text{si } 1 \le t \le 2; \\ 0, & \text{si } t \notin [1, 2]. \end{cases}$

- 13. Un circuito eléctrico consiste de una resistencia de R ohms (Ω) en serie con un condensador de capacitancia C farads (F), un generador de E volts (V) y un interruptor. Si en el tiempo t=0 se cierra el interruptor y si la carga inicial en el capacitor es cero, determine la carga en el condensador en cualquier tiempo. Suponga que R, C, E son constantes.
- 14. Un paracaidista cae partiendo del reposo. El peso combinado de él y su paracaídas es W. El paracaídas ejerce una fuerza en ambos (por resistencia del aire) que es directamente proporcional a la velocidad durante la caída, esto es, $F_R \propto v$. El paracaidista cae verticalmente, y se requiere hallar su posición en cualquier momento.
 - a. Si se supone que el paracaídas está abierto desde el momento inicial.
 - b. Si se supone que el paracaídas se abre 10 s después de iniciada la caída.
 - **d** 25
- 15. Una droga entra y sale de un órgano de volumen V_0 cm³ a una tasa de β cm³/s, donde V_0 , y β son constantes. Supongamos que, en el tiempo t=0, la concentración de la droga es 0 y que, al administrar la droga, dicha concentración aumenta linealmente hasta un máximo de k en el tiempo $t=t_0$, en el cual el proceso se detiene. Determinar la concentración de la droga en el órgano en todo instante t y su máximo valor.
 - **d** 27
- 16. Una masa que pesa 32 lb se encuentra sujeta al extremo de un resorte ligero que se estira 1 pie cuando se le aplica una fuerza de 4 lb. Si la masa se encuentra en reposo en su posición de equilibrio cuando t=0 y si, en ese instante, se aplica una fuerza de excitación $f(t)=\cos 2t$ que cesa abruptamente en $t=2\pi$ s, determinar la función de posición de la masa en cualquier instante, si se permite a la masa continuar su movimiento sin impedimentos.
- 17. Un circuito RLC, con $R = 110 \Omega$, L = 1 H y C = 0.001 F tiene conectada una batería que proporciona90 V. Suponga que en t=0 no hay corriente en el circuito ni carga en el condensador y que, en el mismo instante, se cierra el interruptor por 1 s. Si al tiempo t=1 se abre el interruptor, y así se conserva, encuentre la corriente resultante en el circuito.