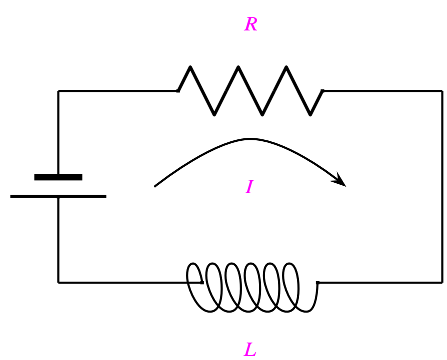
CAPÍTULO

5

Aplicaciones de ED de segundo orden

5.3.2 Circuito RL de corriente continua



En la figura anterior se muestra un circuito RL de corriente continua. Este circuito está formado por una malla simple con una fuente de voltaje V constante, una resistencia R y una inductancia L. Cuando se conecta la fuente, la caída de potencial en la resistencia es RI y en el inductor es $L\dfrac{dI}{dt}$. De acuerdo con la ley de Kirchhoff de voltaje:

$$L\frac{dI}{dt} + RI = V. \tag{5.1}$$

Observe que la ecuación (5.1) y la ecuación (**??**) de la página **??** son similares, sólo es preciso relacionar:

Ecuación (5.1)		Ecuación (**??**)
I	$\longleftrightarrow$	Q
L	$\longleftrightarrow$	R
R	$\longleftrightarrow$	$\dfrac{1}{C}$

1. canek.azc.uam.mx: 23/ 9/ 2010

Con lo anterior, y usando (**??**), encontramos que la corriente que circula por el circuito está dada por

$$I(t) = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-\frac{1}{L/R}t}\right).$$

Derivando con respecto a t esta expresión, se obtiene:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{V}{L}e^{-\frac{1}{L/R}t}.$$

Además observe que en el tiempo $t = 0$, la corriente es $I = 0$, y su cambio es máximo dado por $\dfrac{dI}{dt} = \dfrac{V}{L}$. En consecuencia, en $t = 0$, se tiene la máxima caída de potencial sobre el inductor. Cuando el tiempo aumenta, se reduce la caída de potencial hasta desaparecer.

A la constante $\tau_L = \dfrac{L}{R}$ se le conoce como constante inductiva e indica qué tan rápido la corriente pasa a un valor estacionario en un circuito RL.

Ejemplo 5.3.1 *Se conectan un resistor $R = 40\ \Omega$ y un inductor $L = 0.1$ henry (H) en serie con una fuente de voltaje $V = 110$ V. Si originalmente no existe corriente sobre el circuito, determine la corriente en el tiempo.*

▼ La ecuación diferencial para este circuito RL de corriente continua es

$$L\frac{dI}{dt} + RI = V \;\Rightarrow\; 0.1\frac{dI}{dt} + 40I = 110 \;\Rightarrow\; \frac{dI}{dt} + 400I = 1\,100. \tag{5.2}$$

Separando variables se obtiene:

$$\frac{dI}{1\,100 - 400I} = dt.$$

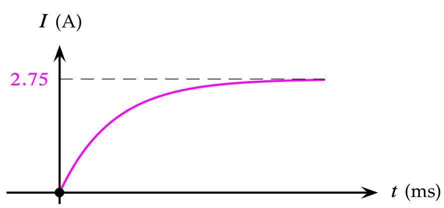
Integrando esta ecuación tenemos:

$$t + K = -\frac{1}{400}\ln(1\,100 - 400I) \;\Rightarrow\; \ln(1\,100 - 400I) = -400t + K \;\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\; 1\,100 - 400I = Ke^{-400t} \;\Rightarrow\; I(t) = \frac{11}{4} + Ke^{-400t}.$$

Considerando que al tiempo $t = 0$ s la corriente es de cero amperes, se obtiene $0 = I(0) = \dfrac{11}{4} + K$, de donde $K = -\dfrac{11}{4}$. Finalmente,

$$I(t) = \frac{11}{4}\left(1 - e^{-400t}\right)\ \text{A}.$$

Para tiempos suficientemente grandes, la corriente se acerca a su valor límite $I = 11/4 = 2.75$ A. En la figura siguiente se muestra la corriente en el tiempo. Es notable que en escasos 15 milisegundos (ms) se obtenga una corriente de 2.74318 A, muy cercana al valor límite esperado para el circuito.



□

Ejemplo 5.3.2 *Cuando circula una corriente de 2 A en el ejemplo anterior, se desconecta la fuente de voltaje. Determinar la corriente que circula por el circuito en todo tiempo.*

▼ La ecuación diferencial que modela la corriente en esta situación es

$$L\frac{dI}{dt} + RI = V \;\Rightarrow\; 0.1\frac{dI}{dt} + 40I = 0 \;\Rightarrow\; \frac{dI}{dt} + 400I = 0. \tag{5.3}$$

Separando variables:

$$\frac{dI}{I} = -400\,dt.$$

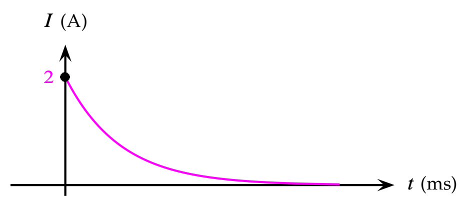
Integrando esta ecuación tenemos:

$$\ln I = -400t + K \;\Rightarrow\; I(t) = Ke^{-400t}.$$

Utilizando la condición inicial $I(0) = 2$ A, se tiene que $K = 2$, de forma que:

$$I(t) = 2e^{-400t} \text{ A}.$$

La corriente decrece ahora de forma exponencial; esta corriente se establece porque el inductor almacena energía en forma de corriente y, al desconectar la fuente de voltaje, busca eliminar esta energía. En la figura siguiente se muestra la corriente en el tiempo. En sólo 15 ms la corriente cambia de 2 A a 0.005 A, muy cerca ya de desaparecer.



□

Ejercicios 5.3.2 *Circuito RL de corriente continua.* *Soluciones en la página 4*

1. Se conecta en serie un resistor de 10 Ω con un inductor de 2 H y una fuente de voltaje directa de 50 V formando un circuito RL. Determine la corriente en el tiempo t, suponiendo que inicialmente no circula corriente por el circuito. ¿Cuál es la máxima corriente que circula por el circuito? ¿En qué tiempo se alcanza la mitad de la corriente máxima?

2. Un circuito RL en serie está formado por un resistor de 2 Ω, un inductor de 0.5 H y una fuente de voltaje directa $V = 120$ V. Determinar la corriente en el tiempo t, si inicialmente circula una corriente de 20 A en el circuito. ¿En qué tiempo se obtiene el 75% de la corriente máxima?

3. Un resistor de 1.2 Ω se conecta con un inductor de 0.01 H en serie. Se coloca además una fuente de voltaje directa $V = 4.8$ V para formar un circuito RL. Determinar la corriente en el tiempo t, si inicialmente la corriente que circula por el circuito es de 2 A.

4. Se conecta un resistor de 6.8 Ω en serie con un inductor de 0.1 H. Una fuente de voltaje directa $V = 20$ V suministra energía al circuito. Suponiendo que originalmente circula una corriente de 1 A por el circuito, determinar la corriente en el tiempo t.

5. Un circuito RL está formado por una resistencia de 82 Ω, un inductor de 3 H y una fuente de voltaje $V = 20$ V. Determinar la corriente en el tiempo t, si inicialmente no circula corriente por el circuito. ¿Qué ocurre con la corriente, si se duplica la fuente de voltaje?

Ejercicios 5.3.2 *Circuito RL de corriente continua.* *Página 3*

1. $I(t) = 5 - 5\,e^{-5t}$ A;
   $I_{máx} = 5$ A en $t = 0.1386$ s.
2. $I(t) = 60 - 40\,e^{-4t}$ A;
   $I_{máx} = 60$ A en $t = 0.2452$ s.
3. $I(t) = 4 - 2\,e^{-120t}$ A.
4. $I(t) = \dfrac{50}{17} - \dfrac{33}{17}e^{-68t}$ A.
5. $I(t) = \dfrac{10}{41}(1 - e^{-\frac{82t}{3}})$ A;
   la corriente se duplica al duplicarse el voltaje.