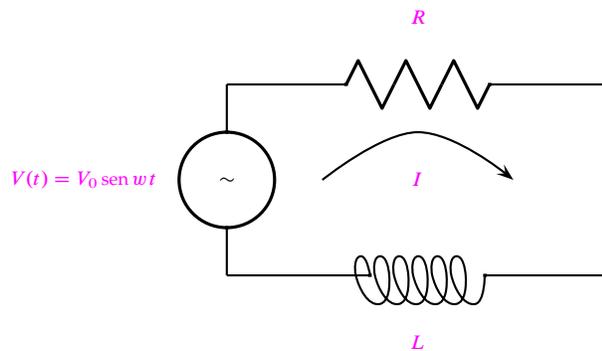


## CAPÍTULO

# 5

## Aplicaciones de ED de segundo orden

### 5.3.5 Circuito RL de corriente alterna



El circuito de la figura anterior está formado por una malla simple con una fuente de voltaje  $V(t)$  de tipo sinusoidal, un resistor  $R$  y un inductor  $L$  y se le conoce como circuito RL de corriente alterna. De acuerdo con la ley de Kirchhoff de voltaje, tenemos que

$$\begin{aligned} V_0 \sin \omega t &= RI + L \frac{dI}{dt} \Rightarrow L \frac{dI}{dt} + RI = V_0 \sin \omega t \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{dI}{dt} + \frac{RI}{L} = \frac{V_0}{L} \sin \omega t. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Observe que esta ecuación (5.1) es similar a la ecuación (??) página ??, si hacemos las relaciones:

Ecuación (??)		Ecuación (5.1)
$Q$	$\longleftrightarrow$	$I$
$R$	$\longleftrightarrow$	$L$
$\frac{1}{C}$	$\longleftrightarrow$	$R$

Así obtenemos, de la solución (??), que la corriente que circula sobre el circuito está dada por

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{V_0}{L \left(\frac{R}{L}\right)^2 + Lw^2} \left[ \frac{R}{L} \operatorname{sen} wt - w \cos wt + we^{-\frac{R}{L}t} \right] = \\ &= \frac{V_0 L}{R^2 + L^2 w^2} \left[ \frac{R}{L} \operatorname{sen} wt - w \cos wt + we^{-\frac{R}{L}t} \right]. \end{aligned}$$

Que se puede reescribir como

$$I(t) = \frac{V_0 L w e^{-\frac{R}{L}t}}{R^2 + L^2 w^2} + \frac{\frac{V_0}{L}}{\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + w^2}} \operatorname{sen}(wt + \phi).$$

Donde el ángulo de fase  $\phi$  satisface:

$$\cos \phi = \frac{\frac{R}{L}}{\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + w^2}}, \quad \operatorname{sen} \phi = -\frac{w}{\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + w^2}} \quad \& \quad \tan \phi = -\frac{wL}{R}.$$

Observe que, para tiempos grandes, la corriente que circula por el circuito tiene la misma frecuencia que el voltaje de entrada.

**Ejemplo 5.3.1** Determinar la corriente en un circuito RL de corriente alterna, si  $R = 1 \Omega$ ,  $L = 0.01 \text{ H}$  y si  $V = \cos 60t \text{ V}$ . Suponga que inicialmente no circula corriente por el circuito.

▼ La ecuación diferencial para este ejemplo es

$$L \frac{dI}{dt} + RI = V(t) \Rightarrow 0.01 \frac{dI}{dt} + I = \cos 60t \Rightarrow \frac{dI}{dt} + 100I = 100 \cos 60t.$$

Multiplicamos por el factor integrante  $\mu = e^{100t}$  ambos lados para obtener:

$$\frac{d(e^{100t} I)}{dt} = 100e^{100t} \cos 60t \Rightarrow e^{100t} I = 100 \int e^{100t} \cos 60t dt.$$

Utilizando la relación:

$$\int e^{at} \cos bt dt = \frac{e^{at}}{a^2 + b^2} (a \cos bt + b \operatorname{sen} bt),$$

obtenemos el resultado

$$\begin{aligned} e^{100t} I &= \frac{100e^{100t}}{100^2 + 60^2} (100 \cos 60t + 60 \operatorname{sen} 60t) + K \Rightarrow \\ \Rightarrow I(t) &= \frac{100}{100^2 + 60^2} (100 \cos 60t + 60 \operatorname{sen} 60t) + Ke^{-100t}. \end{aligned}$$

Si al tiempo  $t = 0$  no hay corriente, entonces:

$$0 = \frac{100}{100^2 + 60^2}(100) + K \Rightarrow K = -\frac{10^4}{100^2 + 60^2}.$$

Finalmente, la corriente está dada por

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{100}{100^2 + 60^2}(100 \cos 60t + 60 \operatorname{sen} 60t - 100e^{-100t}) = \\ &= \frac{25}{34} \cos 60t + \frac{15}{34} \operatorname{sen} 60t - \frac{25}{34}e^{-100t} \text{ A.} \end{aligned}$$

□

### Ejercicios 5.3.5 Circuito RL de corriente alterna. Soluciones en la página 4

1. Se conectan en serie un resistor de  $30 \Omega$  y un inductor de  $0.1 \text{ H}$  a una fuente de voltaje alterna que suministra  $V(t) = 100 \cos 400t \text{ V}$ . Si inicialmente no circula corriente por el circuito, determine una expresión para la corriente en el tiempo  $t$ .
2. Un circuito RL está formado por un resistor de  $10 \Omega$ , un inductor de  $0.02 \text{ H}$  y una fuente de voltaje alterna que suministra  $V(t) = 120 \cos 500t \text{ V}$ . Determine la corriente que circula por el circuito suponiendo que originalmente no hay corriente alguna.
3. Un resistor de  $25 \Omega$ , un inductor de  $0.5 \text{ H}$  y una fuente de voltaje alterna  $V(t) = 12 \cos 50t + 10 \operatorname{sen} 20t \text{ V}$  se conectan formando un circuito RL. Si inicialmente circula una corriente de  $1 \text{ A}$ , determine la corriente que circula en el tiempo  $t$ .
4. Un circuito en serie está formado por un resistor  $R = 20 \Omega$ , un inductor  $L = 0.05 \text{ H}$  y una fuente de voltaje que suministra  $V(t) = 80 \cos 100t \text{ V}$ . Suponga que originalmente circula una corriente de  $4 \text{ A}$ . ¿Cuál será la corriente al tiempo  $t$ ?
5. Se conecta un resistor de  $2 \Omega$  y un inductor de  $0.25 \text{ H}$  a una fuente de voltaje alterna que suministra  $V(t) = 2.5e^{-5t} \cos 12t \text{ V}$  formando un circuito RL. Suponga que la fuente se conecta cuando circula por el circuito una corriente de  $5 \text{ A}$ . Determine la corriente que circula en el tiempo  $t$ .

**Ejercicios 5.3.5** Circuito RL de corriente alterna. *Página 3*

1.  $I(t) = \frac{6}{5} \cos 400t + \frac{8}{5} \operatorname{sen} 400t - \frac{6}{5} e^{-300t}$  A.
2.  $I(t) = 6 \cos 500t + 6 \operatorname{sen} 500t - 6e^{-500t}$  A.
3.  $I(t) = \frac{6}{25} \cos 50t + \frac{6}{25} \operatorname{sen} 50t + \frac{10}{29} \operatorname{sen} 20t - \frac{4}{29} \cos 20t + \frac{651}{725} e^{-50t}$  A.
4.  $I(t) = \frac{64}{17} \cos 100t + \frac{16}{17} \operatorname{sen} 100t + \frac{4}{17} e^{-400t}$  A.
5.  $I(t) = \frac{10}{51} e^{-5t} \cos 12t + \frac{40}{51} e^{-5t} \operatorname{sen} 12t + \frac{245}{51} e^{-8t}$  A.