CAPÍTULO

1

Conceptos básicos

1.2 Definición de una ecuación diferencial

Antes de iniciar, es importante recordar que una ecuación es una proposición matemática que involucra una igualdad entre dos expresiones de cualquier índole, con la condición de que estas expresiones contengan términos indefinidos. Estos términos son expresiones, comúnmente llamadas incógnitas o indeterminadas, que representan algo (un número, vector, matriz, función, etc.) que no tiene asignado un valor fijo, pero que puede ser sustituido, en teoría al menos, por cualquier valor apropiado. Algunos valores convierten a la ecuación en una proposición falsa y otros en una proposición verdadera; a estos últimos valores se les llama soluciones de la ecuación.

- Una ecuación diferencial (ED) es una ecuación en la que se relaciona una variable independiente, una variable dependiente y al menos una de sus derivadas.

  Una manera de expresar estas ecuaciones diferenciales es

$$F(x, y', \cdots, y^{(n)}) = 0.$$

- Nos ocuparemos únicamente de estudiar las ED ordinarias que son las que tienen sólo una variable independiente y todas las derivadas se realizan con respecto a esa variable independiente.

- Por otra parte, las derivadas que aparecen en una ecuación diferencial pueden ser de varios órdenes: primeras derivadas, segundas derivadas etc. Al mayor orden de la derivada que participa en la ecuación diferencial se le llama el orden de la ED.

Ejemplo 1.2.1 *Las siguientes ecuaciones son ecuaciones diferenciales ordinarias:*

1. $y' = x^2$, de orden 1.
2. $y'' - 2y = x^2$, de orden 2.
3. $x^2y''' - 2xy' = x^3$, de orden 3.

1. canek.azc.uam.mx: 21/ 9/ 2010

4. $\left(y^{(4)}\right)^5 - 2x\left(y^{(3)}\right)^2 = x^2y^3$, de orden 4.

5. $\dfrac{dy}{dx} = ry\left(1 - \dfrac{y}{k}\right)$, de orden 1.

- Las ecuaciones diferenciales parciales, o ecuaciones en derivadas parciales, son aquellas que tienen más de una variable independiente y las derivadas (necesariamente parciales) se efectúan con respecto a estas variables independientes.

Ejemplo 1.2.2 *Las siguientes son ecuaciones diferenciales parciales:*

1. $\dfrac{\partial u}{\partial t} = 2\dfrac{\partial u}{\partial x} - 5\dfrac{\partial u}{\partial y} + u$, de orden 1.

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$, de orden 2.

3. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = k\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$, de orden 2 .

4. $\dfrac{\partial u}{\partial t} = k\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$, de orden 2.

5. $\dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{\partial v}{\partial y}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y} = -\dfrac{\partial v}{\partial x}$, sistema de dos ecuaciones parciales de orden 1.