ECUACIONES DIFERENCIALES
EXAMEN DE RECUPERACIÓN E0700

(1) En la ecuación diferencial

$$(2xy^2 + 3ye^x)\,dx + (2x^2y + ke^x - 1)\,dy = 0, \quad y(1) = 2$$

Calcular el valor de k de manera que sea exacta y resolverla con la condición inicial dada.

(2) Resolver la ecuación diferencial:

$$2\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \frac{x}{y^2}$$

(3) Un cuerpo se mueve a través de un medio cuya resistencia es proporcional a su velocidad v, esto es que

$$\frac{dv}{dt} = -kv, \quad v(0) = v_0$$

(a) Probar que

$$v(t) = v_0e^{-kt}$$

y, si $x(0) = x_0$, entonces

$$x(t) = x_0 + \frac{v_0}{k}(1 - e^{-kt})$$

donde $x(t)$ es la distancia recorrida por el cuerpo en el tiempo t.

(b) También, resulta que el cuerpo viajará solo una distancia finita. Encontrar esa distancia.

(4) Probar que $y_1 = \dfrac{\operatorname{sen} x}{\sqrt{x}}$ es solución de

$$y'' + \frac{1}{x}y' + \left(1 - \frac{1}{4x^2}\right)y = 0$$

Hallar y_2 tal que y_1, y_2 formen un conjunto fundamental de soluciones.

(5) Sea la ecuación diferencial

$$y'' - 3y' + 4y = (2x - 1)e^x$$

(a) Encontrar la solución de la ecuación diferencial homogénea asociada.
(b) Determinar una solución particular.
(c) Expresar la solución general.

(6) Sea la ecuación diferencial

$$y'' - 2y' + y = \frac{2e^x}{x^3}$$

(a) Encontrar la solución de la ecuación diferencial homogénea asociada.
(b) Determinar una solución particular.

canek.azc.uam.mx: 7/ 3/ 2006.

(c) Expresar la solución general.

(7) Sea un resorte cuya constante es 1. De este se sujeta en su extremo inferior un peso de 8 libras. Una vez el sistema en su posición de equilibrio, se suelta la masa desde medio pie sobre dicha posición, con una velocidad de un pie por segundo hacia arriba. Determinar, calcular u obtener, según proceda, lo siguiente:

(a) La ecuación diferencial que representa el movimiento, el período y su frecuencia.
(b) La solución de dicha ecuación, calculando las constantes respectivas.
(c) La amplitud del movimiento, ángulo de fase y la forma alternativa del desplazamiento de la masa.
(d) Los tiempos en que la masa cruza el punto de equilibrio.