

**ECUACIONES DIFERENCIALES**  
**EXAMEN DE RECUPERACIÓN E0400**

(1) Resuelva la ecuación diferencial

$$(x^2 e^{-\frac{y}{x}} + y^2) dx = xy dy$$

(2) Resuelva la ecuación diferencial dada, sujeta a la condición inicial indicada.

$$y \cos x dx + (y - \sin x) dy = 0, \quad y(0) = e$$

(3) El isótopo radiactivo de plomo, *Pb* 209, se desintegra, en un instante cualquiera, con una rapidez proporcional a la cantidad presente en dicho instante y tiene una semivida de 3.3 horas. Si inicialmente hay un gramo de plomo, determine el tiempo que debe transcurrir para que se desintegre el 90% de dicho elemento.

(4) Resuelve la ecuación diferencial dada empleando el método de coeficientes indeterminados.

$$y'' - 2y' - 8y = 4e^{-2x} - 21e^{-3x}$$

(5) Resuelve la ecuación diferencial

$$(\sin^2 x)y'' - 2(\sin x \cos x)y' + (\cos^2 x + 1)y = \sin^3 x$$

dado que  $y_1 = \sin x$  es una solución de la ecuación homogénea correspondiente.

(6) Cuando se sujeta a una masa de 2 kg a un resorte cuya constante es de 32 N/m, éste queda en reposo en la posición de equilibrio. A partir de  $t = 0$ , una fuerza igual a  $f(t) = 68e^{-2t} \cos 4t$  se aplica al sistema.

(a) Halle la ecuación del movimiento  $x(t)$ , en ausencia de amortiguamiento.

(b) Determine la frecuencia natural del sistema, las soluciones estacionaria y transitoria.

(c) Grafique  $x(t)$  y calcule

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$$