

ECUACIONES DIFERENCIALES
EXAMEN DE RECUPERACIÓN E1600
05/09/2005, 05-P

(1) Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias (**edo**):

(a) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}; \quad y(1) = 1$

(b) $(x - y) dy = (y + x) dx$

(c) $(x + e^y) dx + (x^2 + 3xe^y) dy = 0$

(2) Un tanque contiene 200 galones de agua pura. Una salmuera que contiene $\frac{1}{2}$ lb de sal por galón se bombea al tanque con una rapidez de 6 gal/min y la solución uniformemente mezclada se bombea hacia afuera del tanque con una rapidez de 4 gal/min. Determinar la concentración de sal en el tanque después de 50 minutos.

(3) Aplicando el método de variación de parámetros, resolver la **edo**

$$y'' + 4y = \sec 2x$$

(4) Obtener la solución general de la **edo** $x^2y'' - 2xy' - 10y = 0$, considerando que $y_1 = x^5$ es una solución de ella.

(5) Aplicando el método de coeficientes indeterminados, resolver la **edo**

$$y'' - 5y' + 6y = (2x + 1)e^{3x}$$

(6) A un resorte que está suspendido de un techo, se le fija en su extremo libre un objeto C de 4 lb de peso y se estira 2 ft hasta llegar a su posición de equilibrio. De esta posición se le desplaza 1 ft hacia abajo, donde se le imprime una velocidad de 2 ft/s hacia arriba en $t = 0$. Desde este instante se aplica al sistema masa-resorte una fuerza externa $F(t) = F_1 \sin 2t$ lb y el medio opone al movimiento de C una resistencia numéricamente igual a $\beta v(t)$, donde $v(t)$ es la velocidad instantánea de C . Determinar la posición $x(t)$ de C en cualquier instante $t \geq 0$, para el caso en que $F_1 = 12.5$ y $\beta = 1$.