ECUACIONES DIFERENCIALES
EXAMEN DE RECUPERACIÓN E1100
04/05/2000, 00-I

(1) Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias **edo**:

(a) $x\,dy - y\,dx = \sqrt{xy}\,dx; \quad y(e) = e^2$

(b) $(4xy^2 + y)\,dx + (6y^3 - x)\,dy = 0$

(c) $\dfrac{dy}{dx} + y^3x + y = 0$

(2) Inicialmente (en $t = 0$) se tiene cierta población P_0 y una parte de ella N_0 con cierta enfermedad contagiosa (con $0 < N_0 < P_0$). Suponiendo que $N(t)$ es la parte de la población que a lo largo del tiempo $t \geq 0$ ha contraído dicha enfermedad contagiosa y que la rapidez de cambio (respecto al tiempo) de la población contagiada es directamente proporcional al producto de la población contagiada por la población sana, calcular $N(t)$.

(3) Obtener la solución general de la **edo** $xy'' + (x - 1)y' - y = 0$, considerando que $y_1 = e^{-x}$ es una solución de ella.

(4) Las funciones $y_1 = x^2$ e $y_2 = x^3$ forman un conjunto fundamental de soluciones para la **edo**

$$x^2y'' - 4xy' + 6y = 0.$$

Aplicando el método de variación de parámetros, obtener la solución general de la **edo**

$$x^2y'' - 4xy' + 6y = x^3 + 1.$$

(5) Utilizando coeficientes indeterminados, calcular la solución del problema

$$y'' + 16y = 2\cos 4x - 3\operatorname{sen} 4x; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

(6) Al colocar una masa de 5 kg en el extremo libre de un resorte suspendido verticalmente, éste se estira 0.2 m hasta llegar a su posición de equilibrio. Suponiendo que en $t = 0$ la masa se encuentra en reposo en dicha posición y que desde este instante actúan sobre ella una fuerza amortiguadora dada en N, numéricamente igual a 70 veces la velocidad instantánea y una fuerza externa dada por $F(t) = 10\operatorname{sen} t$ N: obtener la posición de la masa en cualquier instante $t \geq 0$, dar la expresión del estado transitorio del movimiento y calcular la amplitud, el periodo, la frecuencia y el ángulo de fase del estado permanente del movimiento.

canek.azc.uam.mx: 7/ 3/ 2006.