

**ECUACIONES DIFERENCIALES**  
**TERCER EXAMEN PARCIAL E03400**

- (1) El siguiente problema se plantea en varios incisos. Para más sencillez y claridad, la información se proporciona gradualmente, pero puede utilizarse en el inciso que se requiera.
- (a) Un resorte se suspende verticalmente de un soporte. Si una masa de  $10\text{ kg}$  se coloca en el extremo inferior del soporte y se permite que se establezca el equilibrio del sistema, se observa que dicha masa elonga el resorte  $0.098\text{ m}$ , respecto de la longitud original del resorte, que es de  $0.392\text{ m}$ . Calcular la constante  $k$  del resorte en el sistema de unidades respectivo, sabiendo que la aceleración de la gravedad es de  $9.80\text{ m/s}^2$ . Si luego se comprime el sistema y se suelta desde una posición de  $0.15\text{ m}$  sobre la posición de equilibrio a una velocidad de  $1\text{ m/s}$  hacia abajo, establecer la ecuación diferencial que representa el sistema y la(s) condición(es) inicial(es) mencionada(s). Calcular el período del movimiento y la frecuencia del mismo.
  - (b) Resolver la ecuación diferencial establecida en el inciso anterior, determinando las constantes que la satisfacen.
  - (c) Calcular la amplitud del movimiento, el ángulo de fase del mismo y la forma alternativa de la solución de la ecuación diferencial obtenida en el inciso anterior.
  - (d) Obtener la fórmula para calcular todos los tiempos en que la masa pasa por el punto de equilibrio. ¿En que tiempo pasa la masa por tercera vez por el punto de equilibrio?
  - (e) Obtener la fórmula para calcular todos los tiempos en que se obtiene un máximo o un mínimo en el desplazamiento de la masa.
  - (f) Hacer un esbozo de la gráfica que describe el movimiento del sistema.
- (2) Se tiene un circuito en serie  $L - R - C$ .  $L = 1\text{ H}$ ,  $R = 20\text{ Ohms}$ ,  $C = 0.01\text{ F}$  y  $E = 12\text{ V}$ . Obtener:
- (a) La carga y la corriente en el circuito en función del tiempo  $t$ , suponiendo las siguientes condiciones al inicio:  $q(0) = 2\text{ Coulombs}$  e  $i(0) = 2\text{ Amperes}$ . Recordar que la ecuación diferencial aplicable a este circuito es:
$$Lq'' + Rq' + (1/C)q = E(t).$$
  - (b) Además, si existe, determinar  $\lim_{t \rightarrow \infty} q(t)$ .