

ECUACIONES DIFERENCIALES
TERCER EXAMEN PARCIAL E02000
15/07/98, 98-P

- (1) Este problema se desglosa en varios incisos. Los datos se proporcionan según se avanza en el problema y, en todo caso, los datos se pueden utilizar en el inciso que sean necesarios.
- (a) Un resorte tiene una longitud original de 0.20 m y se coloca en forma vertical. Al sujetar una masa de 100 kg del extremo inferior del resorte, lo elonga 0.40 m para llegar a su punto de equilibrio. Sabiendo que la aceleración debida a la gravedad es de $g = 9.80\text{ m/s}^2$, calcular la constante del resorte k , w , el período T y la frecuencia del movimiento f .
- (b) Establecer y resolver la ecuación diferencial que representa el movimiento armónico simple que se genera, sabiendo que $x(0) = -0.06\text{ m}$ (sobre la posición de equilibrio) y $x'(0) = -0.1\text{ m/s}$ (con dirección hacia arriba).
- (c) Expresar la solución obtenida en el inciso anterior en la forma alternativa, determinando la amplitud del movimiento A y el ángulo de fase ϕ .
- (d) Obtener la fórmula que calcula todos los tiempos en los que la masa pasa por el punto de equilibrio. ¿Cuáles son los tiempos transcurridos hasta el instante en que la masa por primera y quinta vez por la posición de equilibrio?
- (2) Se tiene un circuito $L - R - C$ en serie, con $L = \frac{1}{2}\text{ H}$, $R = 5\text{ Ohms}$, $C = \frac{1}{62.5}\text{ F}$, $E = 80\text{ V}$, $q(0) = 0$ y $q'(0) = 0$. Obtener la solución general para $q(t)$ y determinar la carga estacionaria en el circuito.
- (3) La solución de la ecuación diferencial

$$x'' + w^2x = F_0 \cos(\gamma t) \quad \text{es} \quad x(t) = \frac{F_0}{w^2 - \gamma^2}(\cos(\gamma t) - \cos(wt))$$

Calcular

$$\lim_{\gamma \rightarrow w} \left[\frac{F_0}{w^2 - \gamma^2}(\cos(\gamma t) - \cos(wt)) \right]$$

¿Cuáles son sus conclusiones y argumentos respecto de un posible fenómeno de resonancia?.