

**ECUACIONES DIFERENCIALES
EXAMEN GLOBAL E1500**

PRIMERA PARTE

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

(1) $(x^2 + y^2) dx + 2xy \ln x dy = 0, \quad x > 0, \quad y \neq 0$

(2) $x^2 \frac{dy}{dx} = xy + \frac{1}{xy}, \quad x > 0, \quad y \neq 0$

(3) $y dx + (y \cos \frac{x}{y} - x) dy = 0, \quad y > 0$

(4) $(1 + x)y' - xy = x + x^2$

(5) Un tanque contiene inicialmente 60 galones de agua pura. Entra al tanque, a razón de 2 gal/min, salmuera que contiene una libra de sal por galón. La solución, agitada adecuadamente, sale del tanque a razón de 3 galones por minuto. El tanque se vacía exactamente en una hora.

(a) Encontrar la cantidad de sal que hay en el tanque después de t minutos.

(b) ¿Cuál es la cantidad máxima de sal que llega a tener el tanque?

SEGUNDA PARTE

(1) Sea $y_1 = x$ una solución de la ecuación diferencial

$$x^2 y'' + 2xy' - 2y = 0$$

Encontrar una segunda solución de la misma que sea linealmente independiente de la primera.

(2) Resolver la siguiente ecuación diferencial

$$y'' + 3y' - 10y = -2 \cos 4x - 64 \sin 4x + 21e^{2x}$$

(3) Obtener una solución particular de la ecuación diferencial

$$y'' + 10y' + 25y = e^{-5x} \ln x$$

TERCERA PARTE

- (1) Una masa de 1 kg se sujeta de un resorte y se amortigua el movimiento mediante una fuerza numéricamente igual a 2 veces la velocidad instantánea de la masa indicada. La constante del resorte es de 5 en las unidades respectivas del sistema MKS. Además, se aplica al sistema una fuerza externa $F=0.05$ N. Si la propia masa se suelta desde 0.02 m bajo la posición de equilibrio y su velocidad inicial es $x'(0) = -1.5$ m/s.
- (a) Obtener la solución general de la ecuación diferencial, esto es, $x(t)$. Indicar el tipo de movimiento producido.
 - (b) Expresar la solución general obteniendo la forma cuasialternativa de la solución complementaria.
 - (c) Calcular los dos primeros tiempos en que la masa pasa por el punto de equilibrio. Determinar el límite de $x(t)$ cuando t tiende a infinito.
- (2) Un circuito en serie LRC tiene $L=0.05$ H, $R=20$ Ω , $C=10^{-4}$ F y se le aplica un voltaje de 100 Volts. Además, $q(0) = 0$ Coulombs e $i(0) = 0$ Ampers.
- Calcular:
- (a) La carga $q(t)$ en el circuito en cualquier tiempo t .
 - (b) El límite de $q(t)$ cuando t tiende a infinito.