

**ECUACIONES DIFERENCIALES
EXAMEN GLOBAL E1400**

PRIMERA PARTE

(1) Resuelva las ecuaciones siguientes:

(a) $xy \frac{dy}{dx} = x^2 + 2y^2$

(b) $x \frac{dy}{dx} + y = \frac{2}{y^2}$

(c) $(4x^2 + 3 \cos y) dx - 3x \sin y dy = 0$

(2) La ecuación $\frac{dT}{dt} = k(T - T_m)$ da la temperatura $T(t)$ de un objeto al instante t , donde T_m es la temperatura del medio que lo rodea. Una pequeña barra metálica cuya temperatura inicial es de 20°C se deja caer en un recipiente con agua hirviendo. ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzar 90°C si se sabe que su temperatura aumentó 2°C en un segundo? ¿Cuánto tiempo tardará en llegar a 98°C ?

SEGUNDA PARTE

(1) Resolver las ecuaciones siguientes:

(a) $2y'' - 7y' + 3y = 0$

(b) $4y'' + 4y' + y = 0$

(c) $y'' + 9y = 0$

(d) $y'' + y' + y = 0$

(2) Calcule el wronskiano $W(x, -x^{-1}, x^{-2})$. ¿Son éstas funciones linealmente independientes?

(3) Determine la solución general de la ecuación diferencial dada usando el método de coeficientes indeterminados:

$$y'' + y = x \sin x + 3$$

(4) Determine la solución general de la ecuación diferencial dada usando el método de variación de parámetros:

$$y'' - 2y' + y = e^x \sqrt{1 - x^2}$$

(5) Dada la ecuación $x^2 y'' - 3xy' + 5y = 0$ y $y_1 = x^2 \cos(\ln x)$ una solución, determine una segunda solución linealmente independiente con y_1 .

TERCERA PARTE

- (1) Una partícula se desplaza sobre el eje x de acuerdo con la ecuación:

$$x''(t) + 3x'(t) + 2x(t) = 0$$

donde $x(t)$ es la posición de la partícula en cualquier instante t .

- (a) Determine $x(t)$ si $x(0) = 0$ y $x'(0) = 1$.
 - (b) Determine en qué tiempo la partícula se encuentra más alejada de la posición inicial.
 - (c) Haga la gráfica de $x(t)$.
- (2) Un inductor de 1 H, un capacitor de 0.001 F y un generador con una fuerza electromotriz dada por $E(t) = 100 \sin 50t$ volts se conectan en serie. Si inicialmente la carga y la corriente son ambas cero, determine la carga que contiene el capacitor en el tiempo $t > 0$. Encuentre la corriente para todo tiempo.
- (3) Un cuerpo que pesa 12 lb sujeto al extremo de un resorte lo estira 2 ft. El cuerpo se suelta desde un punto que está 1 ft abajo de la posición de equilibrio, con una velocidad dirigida hacia arriba de 4 ft/s.
- (a) Determine la ecuación del movimiento, la amplitud y el período.
 - (b) ¿En qué instantes pasa el cuerpo por la posición de equilibrio en dirección hacia abajo?