

**ECUACIONES DIFERENCIALES
EXAMEN GLOBAL E1300**

PRIMERA PARTE

(1) Resuelva

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + 3y}{3x + y}$$

(2) Resuelva

$$(4x^2 + y^2) dx + 2xy \ln x dy = 0, \quad y(1) = 3$$

(3) Resuelva el siguiente problema de valor inicial y proporcione una posible interpretación física de dicho problema y su solución.

$$\frac{dy}{dt} = (-0.04)(y - 1), \quad y(0) = 81.$$

(4) Un tanque contiene inicialmente 500 gal de agua pura. Comenzando en $t = 0$, una salmuera que contiene 2 lb de sal por galón entra al tanque a razón de 5 gal/min. La mezcla se conserva homogénea mediante agitación, y sale del tanque con una rapidez de 10 gal/min. Determine el número de libras de sal en el tanque como función del tiempo. ¿Cuánto tiempo demorará el tanque en vaciarse?

SEGUNDA PARTE

(1) Determine la solución general de la ecuación diferencial:

$$x^2 y'' + 3xy' + y = 0, \quad x > 0$$

usando que la función $y_1 = x^{-1}$ es una solución. Justifique su respuesta.

(2) Resuelva la ecuación diferencial dada usando el método de coeficientes indeterminados:

$$y'' + y = 8 \sin x + 4 \cos x + 1$$

(3) Resuelva la ecuación diferencial dada usando el método de variación de parámetros:

$$y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln x$$

(4) Determine la forma de una solución particular de la ecuación diferencial:

$$y'' + y' = 3x^2 - 7 - e^{-x} + e^x \cos 2x$$

TERCERA PARTE

- (1) Un cuerpo que pesa 12 lb sujeto al extremo de un resorte lo estira 2 ft. El cuerpo se suelta desde un punto que está 1 ft abajo de la posición de equilibrio, con una velocidad dirigida hacia arriba de 4 ft/s.
- (a) Determine la ecuación del movimiento, la amplitud y el período.
 - (b) ¿En qué instantes pasa el cuerpo por la posición de equilibrio en dirección hacia abajo?
- (2) Una masa de 2 kg se sujeta a un resorte cuya constante es de 8 N/m. El peso se sujeta a un mecanismo de amortiguación que ofrece una resistencia numéricamente igual a β veces ($\beta > 0$) la velocidad instantánea. Determine los valores de la constante β de modo que el movimiento subsecuente sea:
- (a) Sobreamortiguado.
 - (b) Críticamente amortiguado.
 - (c) Subamortiguado.
- (3) Resuelva y proporcione una posible interpretación física del problema de valores iniciales:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + x = 2 \cos t + \sin t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 3$$