

ECUACIONES DIFERENCIALES EXAMEN GLOBAL E1100

PRIMERA PARTE

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

- (1) $(x + ye^{\frac{y}{x}}) dx - xe^{\frac{y}{x}} dy = 0$
- (2) $(x^2 + y^2) dx + 2xy \ln x dy = 0$
- (3) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = -\frac{5}{2}x^2y^3$
- (4) Al apagar un motor su temperatura es de 100°C y el medio en que se encuentra se conserva a 15°C . Después de 10 minutos, el motor se ha enfriado hasta una temperatura de 90°C . ¿En qué tiempo su temperatura será de 20°C ? Suponga que la rapidez con que el motor se enfría es proporcional a la diferencia entre la temperatura del motor y la del medio en que está situado.

SEGUNDA PARTE

- (1) Para la ecuación diferencial:

$$xy'' - 2(x+1)y' + (x+2)y = 0, \quad x > 0$$

la función $y_1 = e^x$ es una solución. Determine un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial en $(0, \infty)$ y escriba su solución general. Justifique su respuesta.

- (2) Resolver la ecuación diferencial dada usando el método de coeficientes indeterminados:

$$y'' + 6y' + 9y = 5e^{-3x}$$

- (3) Resolver la ecuación diferencial dada usando el método de variación de parámetros:

$$y'' - 9y = \frac{9x}{e^{3x}}$$

- (4) Determine una ecuación diferencial tal que $y(x) = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x + \frac{1}{4}$, sea su solución general, donde c_1 y c_2 son constantes arbitrarias.

TERCERA PARTE

- (1) Al sujetar una masa de 1 slug a un resorte, éste se estira $\frac{32}{7}$ pie y luego queda en reposo en la posición de equilibrio. A partir de $t = 0$, una fuerza exterior igual a $30 \sin 2t$ se aplica al sistema.
 - (a) Determine la ecuación del movimiento si el medio que rodea al sistema opone una fuerza de amortiguación numéricamente igual a 8 veces la velocidad instantánea.

- (b) Escriba la solución de estado estacionario en la forma alternativa y haga un bosquejo de su gráfica.
 - (c) Realice un bosquejo gráfico de la solución de estado transitorio.
- (2) Un inductor de 1 H, una resistencia de 2Ω , un capacitor de 0.2 F y un generador con una fuerza electromotriz dada por $E(t) = 35$ volts se conectan en serie. Si la corriente inicial es cero y la carga inicial en el capacitor es de 1 coulomb, determine la carga y la corriente en el tiempo $t > 0$.