ECUACIONES DIFERENCIALES
EXAMEN GLOBAL E1000

Primera Parte

(1) Hallar una curva que pase por el punto $(0, -6)$, de tal forma que la pendiente de la tangente en cualquiera de sus puntos sea igual a la ordenada del punto más 7.

(2) Resolver las ecuaciones diferenciales:

(a) $(x^2 + y^2)\,dx - xy\,dy = 0, \quad y(1) = 2$
(b) $(4xy^2 + y)\,dx + (6y^3 - x)\,dy = 0$
(c) $y' = -y^3xe^{-2x} + y$

(3) Se tiene un tanque de 2000 metros cúbicos, el cual contiene 1000 metros cúbicos de solución con 20 kg de un fármaco. Se desea aumentar la concentración del fármaco. Para el efecto, entran 100 metros cúbicos/hora de una solución que contiene 0.25 kg del fármaco/metro cúbico. La solución debidamente homogeneizada, sale con la misma rapidez con la que entra, esto es, a razón de 100 metros cúbicos /hora. Encontrar:
(a) $M(t)$.
(b) $\lim\limits_{t\to\infty} M(t)$
(c) El tiempo transcurrido desde que se inició el proceso hasta que la masa del fármaco en el tanque alcanza 24.99 kg.

Segunda Parte

(1) Resolver la ecuación diferencial

$$y'' + 2y' + y = 3e^{-x}$$

(2) Resolver la ecuación diferencial

$$y'' + y = \cot x$$

(3) Hallar r en los reales de manera que $y = x^r$ sea una solución de $x^2y'' - 2xy' - 10y = 0$.

(4) Sea la ecuación diferencial

$$9y'' - 12y' + 4y = 0$$

$y_1(x) = e^{\frac{2x}{3}}$ una solución de la misma. Encontrar una segunda solución, linealmente independiente de la primera.

canek.azc.uam.mx: 21/ 10/ 2003.

Tercera Parte

(1) Un resorte se suspende de un soporte y se sujeta de su extremo inferior un peso de 4 N, el cual lo alarga 0.5 m. Posteriormente, se sujeta del resorte un peso de 19.6 N y se estira 1 m hacia abajo de la posición de equilibrio y se suelta el peso. Estudiar y obtener $x(t)$ en cada uno de los movimientos siguientes:
   (a) Sin resistencia del aire.
   (b) Si la resistencia del aire es de $8\dfrac{dx}{dt}$.
   (c) Si además de la resistencia del aire hay una fuerza aplicada al peso de $80\,\mathrm{sen}(2t)$.

(2) Un circuito en serie LRC está formado por: L=0.25 H, R=1 Ω, C=0.2 F y E=$10\,\mathrm{sen}(2t)$ Volts. Establecer y resolver la ecuación diferencial para $q(t)$ e $i(t)$ si $q(0) = 0$ e $i(0) = 0$

(3) Sea la ecuación diferencial

$$x'' + w^2 x = F_0 \cos(\gamma t), \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0$$

Encontrar la solución $x(t)$ de ésta ecuación.