ECUACIONES DIFERENCIALES
EVALUACIÓN GLOBAL E0100

Primera Parte

(1) Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

(a) $2x^2y\,dx = (3x^3 + y^3)\,dy$

(b) $\dfrac{dy}{dx} - \dfrac{y}{x} = -\dfrac{y^2}{x}$

(c) $(2x^2 + y)\,dx + (x^2y - x)\,dy = 0$

(2) Obtener las trayectorias ortogonales a la familia de curvas

$$4y + x^2 + 1 + c_1e^{2y} = 0$$

(3) La población de una pequeña ciudad crece, en un instante cualquiera, con una rapidez proporcional a la cantidad de habitantes en dicho instante. Su población inicial de 500 aumenta 15% en 10 años. ¿Cuál será la población dentro de 30 años?

Segunda Parte

(1) Encontrar la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales:

(a) $y'' + 4y' + 13y = 18e^{-2x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 4$

(b) $y'' + 4y' + 5y = e^x \tan 2x$

(c) $x^2y'' - 6xy' + 10y = 3x^4 + 6x^3$
si se sabe que $y_1 = x^2$ es una solución de la ecuación diferencial homogénea asociada.

Tercera Parte

(1) Una fuerza de 400 N estira un resorte 2 m. Una masa de 50 kg se sujeta del extremo del resorte, el cual pende verticalmente de un soporte, y se suelta desde la posición de equilibrio con una velocidad dirigida hacia arriba de 10 m/s. Encontrar la ecuación del movimiento. Determinar la amplitud, período y frecuencia del movimiento generado. ¿ En qué instante pasa el cuerpo por la posición de equilibrio, en dirección hacia abajo, por tercera vez?

(2) Un peso de 32 lb se sujeta del extremo inferior de un resorte, que está suspendido de un soporte. El peso se encuentra en reposo en su posición de equilibrio y el resorte está estirado 2 pies. Después, el peso se desplaza 6 pulgadas hacia abajo respecto de la posición de equilibrio y se suelta (t=0). Si la resistencia es cuatro veces la velocidad instantánea (ft/s), determinar el movimiento de la masa en la forma usual (estándar) y en la forma alternativa.

---

canek.azc.uam.mx: 21/ 10/ 2003.

(3) Al sujetar una masa de 2 kg a un resorte cuya constante es 32 N/m, el sistema queda en reposo (en la posición de equilibrio).
A partir de $t = 0$, se aplica al sistema una fuerza

$$f(t) = 68e^{-2t}\cos 4t$$

Encontrar la ecuación del movimiento en ausencia de amortiguamiento.