CAPÍTULO

1

Los números reales

[1]

1.7.1 Desigualdades tipo $ax + b \geq 0$ con $a \neq 0$ & $b \in \mathbb{R}$

Para resolver esa desigualdad:

$$ax + b \geq 0$$

se pasa b al segundo miembro

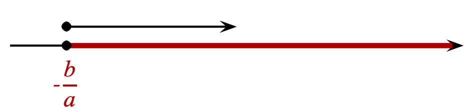
$$ax \geq 0 - b \;\Leftrightarrow\; ax \geq -b$$

y se pasa el factor a al segundo miembro, por lo que:

1. Si $a > 0$, entonces $x \geq -\dfrac{b}{a}$.

   En cuyo caso el conjunto solución es el intervalo:

$$CS = \left[-\frac{b}{a}, +\infty\right).$$

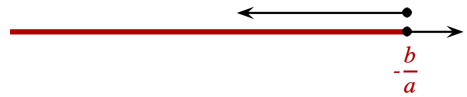


2. Si $a < 0$, entonces $x \leq -\dfrac{b}{a}$.

   En este caso el conjunto solución es el intervalo:

$$CS = \left(-\infty, -\frac{b}{a}\right].$$

[1]canek.azc.uam.mx: 22/ 5/ 2008



Geométricamente resolver una desigualdad $ax + b \geq 0$ con $a \neq 0$ quiere decir hallar las x tales que la recta $y = ax + b$ corta a la recta $y = 0$ (el eje x) o bien está situada por encima de ella.

Ejemplo 1.7.1 *Resolver la desigualdad* $2x - 5 \geq 0$.

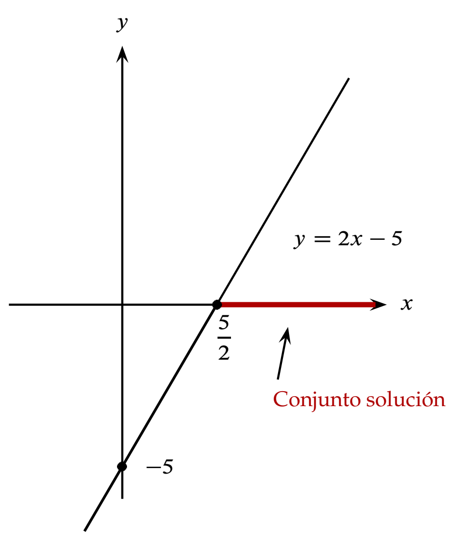
▼

$$2x - 5 \geq 0 \;\Leftrightarrow\; 2x \geq 0 + 5 \;\Leftrightarrow\; 2x \geq 5\,,$$
$$\text{como } 2 > 0, \text{ entonces } 2x \geq 5 \;\Leftrightarrow\; x \geq \frac{5}{2}.$$

El conjunto solución es el intervalo:

$$CS = \left[\frac{5}{2}, +\infty\right)\,.$$

Geométricamente:



De la gráfica anterior observamos lo siguiente:

1. Cuando $x > \dfrac{5}{2}$, la recta $y = 2x - 5$ está por arriba de la recta $y = 0$.
2. Cuando $x = \dfrac{5}{2}$, la recta $y = 2x - 5$ interseca a la recta $y = 0$, el eje x. □

Ejemplo 1.7.2 *Resolver la desigualdad* $\dfrac{3}{4}x + \dfrac{2}{5} < 0$.

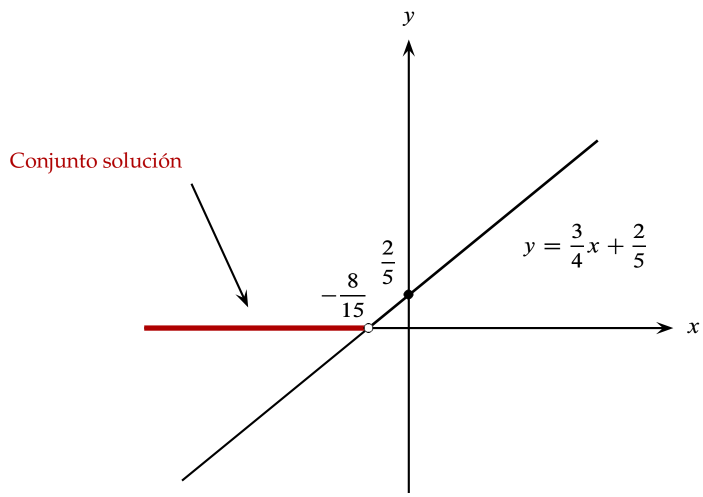
▼

$$\frac{3}{4}x + \frac{2}{5} < 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{3}{4}x < 0 - \frac{2}{5} \;\Leftrightarrow\; \frac{3}{4}x < -\frac{2}{5}\,,$$
$$\text{como } \frac{3}{4} > 0, \text{ entonces } \frac{3}{4}x < -\frac{2}{5} \;\Leftrightarrow\; x < -\frac{2}{5}\left(\frac{4}{3}\right) \;\Leftrightarrow\; x < -\frac{8}{15}.$$

El conjunto solución es el intervalo

$$CS = \left(-\infty, -\frac{8}{15}\right) .$$

Geométricamente:



□

Ejemplo 1.7.3 *Resolver la desigualdad* $3 - 2x > 0$.

▼

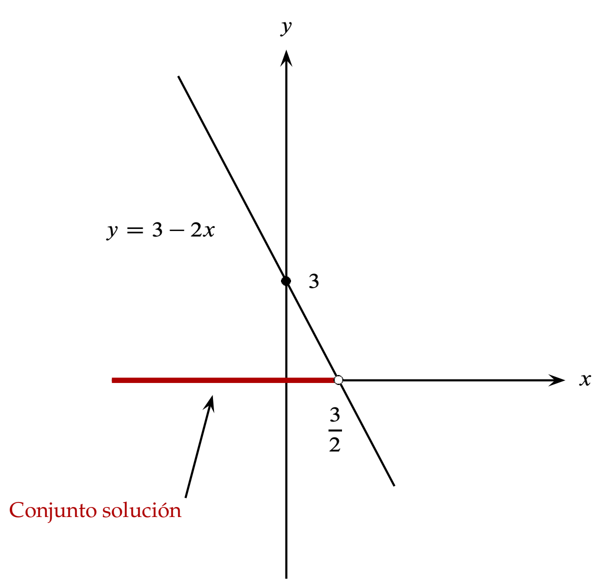
$$3 - 2x > 0 \ \Leftrightarrow \ -2x > 0 - 3 \ \Leftrightarrow \ -2x > -3 \,,$$

$$\text{como } -2 < 0, \text{ entonces } -2x > -3 \ \Leftrightarrow \ x < \frac{-3}{-2} \ \Leftrightarrow \ x < \frac{3}{2},$$

el conjunto solución es el intervalo

$$CS = \left(-\infty, \frac{3}{2}\right) .$$

Geométricamente:



□

Ejemplo 1.7.4 *Resolver la desigualdad* $-\dfrac{5}{4}x - \dfrac{1}{2} \le 0$.

▼

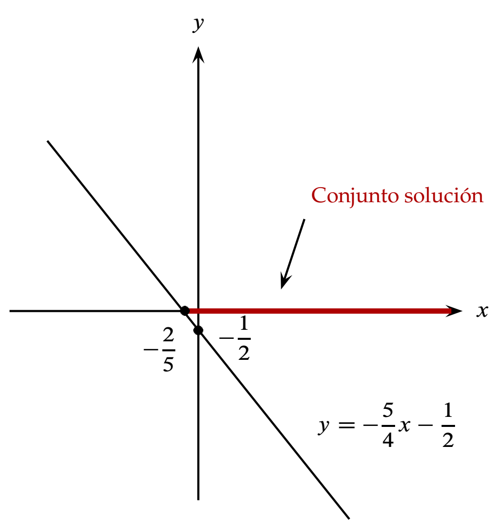
$$-\frac{5}{4}x - \frac{1}{2} \le 0 \;\Leftrightarrow\; -\frac{5}{4}x \le 0 + \frac{1}{2} \;\Leftrightarrow\; -\frac{5}{4}x \le \frac{1}{2}\,,$$

$$\text{como } -\frac{5}{4} < 0, \text{ entonces } -\frac{5}{4}x \le \frac{1}{2} \;\Leftrightarrow\; x \ge \frac{1}{2}\left(-\frac{4}{5}\right) \;\Leftrightarrow\; x \ge -\frac{2}{5};$$

el conjunto solución es el intervalo:

$$CS = \left[-\frac{2}{5}, +\infty\right)\,.$$

Geométricamente:



□