

CAPÍTULO

1

Los números reales

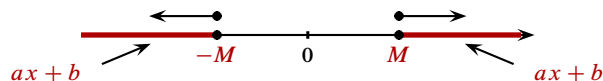
1

1.7.5 Desigualdades tipo $|ax + b| \geq M$ con $M > 0$

(Observe que si $M \leq 0$, entonces el conjunto solución de la desigualdad propuesta es \mathbb{R} pues como $|ax + b| \geq 0$ siempre, entonces $|ax + b| \geq 0 \geq M$ siempre.)

La desigualdad propuesta es equivalente a:

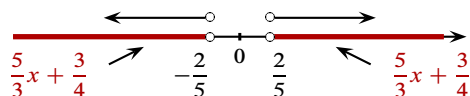
$$ax + b \geq M \text{ o bien a } ax + b \leq -M.$$



Por lo que hallamos el conjunto solución de cada una de estas desigualdades y su unión es el conjunto solución de la desigualdad propuesta.

Ejemplo 1.7.1 Resolver la desigualdad $\left| \frac{5}{3}x + \frac{3}{4} \right| > \frac{2}{5}$.

▼ Esta desigualdad se cumple cuando $\frac{5}{3}x + \frac{3}{4} < -\frac{2}{5}$ o bien $\frac{5}{3}x + \frac{3}{4} > \frac{2}{5}$.



Resolvemos la primera desigualdad:

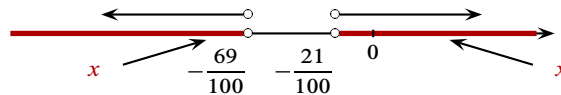
$$\begin{aligned} \frac{5}{3}x + \frac{3}{4} < -\frac{2}{5} &\Leftrightarrow \frac{5}{3}x < -\frac{2}{5} - \frac{3}{4} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{5}{3}x < -\frac{23}{20} \Leftrightarrow x < \frac{3}{5} \left(-\frac{23}{20}\right) \Leftrightarrow x < -\frac{69}{100} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow CS_1 = \left(-\infty, -\frac{69}{100}\right). \end{aligned}$$

Resolvemos la segunda desigualdad:

$$\begin{aligned} \frac{5}{3}x + \frac{3}{4} > \frac{2}{5} &\Leftrightarrow \frac{5}{3}x > \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{5}{3}x > -\frac{7}{20} \Leftrightarrow x > \frac{3}{5} \left(-\frac{7}{20}\right) \Leftrightarrow x > -\frac{21}{100} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow CS_2 = \left(-\frac{21}{100}, +\infty\right). \end{aligned}$$

El conjunto solución CS de la desigualdad original es

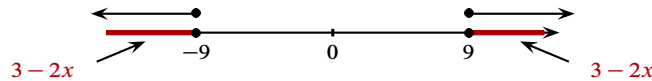
$$CS = CS_1 \cup CS_2 = \left(-\infty, -\frac{69}{100}\right) \cup \left(-\frac{21}{100}, +\infty\right) = \mathbb{R} - \left[-\frac{69}{100}, -\frac{21}{100}\right].$$



□

Ejemplo 1.7.2 Resolver la desigualdad $|3 - 2x| \geq 9$.

▼ Esta desigualdad se cumple cuando $3 - 2x \leq -9$ o bien $3 - 2x \geq 9$.



Resolvemos la primera desigualdad:

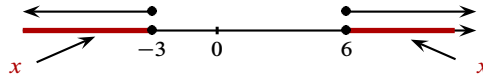
$$\begin{aligned} 3 - 2x \leq -9 &\Leftrightarrow -2x \leq -9 - 3 \Leftrightarrow -2x \leq -12 \Leftrightarrow x \geq \frac{-12}{-2} \Leftrightarrow x \geq 6 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow CS_1 = [6, +\infty). \end{aligned}$$

Resolvemos la segunda desigualdad:

$$\begin{aligned} 3 - 2x \geq 9 &\Leftrightarrow -2x \geq 9 - 3 \Leftrightarrow -2x \geq 6 \Leftrightarrow x \leq \frac{6}{-2} \Leftrightarrow x \leq -3 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow CS_2 = (-\infty, -3]. \end{aligned}$$

El conjunto solución de la desigualdad original es

$$CS = CS_1 \cup CS_2 = [6, +\infty) \cup (-\infty, -3] = (-\infty, -3] \cup [6, +\infty) = \mathbb{R} - (-3, 6).$$



□

Ejercicios 1.7.5 Soluciones en la página 4

Resolver las siguientes desigualdades:

1. $|x - 13| \leq 5.$

2. $|2x + 5| < 3.$

3. $|x + 4| \geq 6.$

4. $|3x - 1| > 4.$

5. $\left| \frac{2x + 3}{4} \right| \leq 3.$

6. $\left| \frac{3}{2}x - \frac{4}{3} \right| > 1.$

7. $|2 - 5x| \geq \frac{5}{2}.$

8. $\left| 4 - \frac{2}{3}x \right| < \frac{6}{5}.$

9. $\left| \frac{5}{2} - \frac{3x}{4} \right| > 0.$

10. $\left| \frac{2}{5} + \frac{4x}{3} \right| \leq 0.$

11. $\left| \frac{2}{5} + \frac{4x}{3} \right| \leq -1.$

12. $\left| \frac{2}{5} + \frac{4x}{3} \right| \geq 0.$

13. $\left| \frac{2}{5} + \frac{4x}{3} \right| \geq -1.$

14. $\left| \frac{2}{5} + \frac{4x}{3} \right| < 0.$

Ejercicios 1.7.5 Desigualdades del tipo: $|ax + b| \geq M$ con $M > 0$, página 3

1. $[8, 18]$.

2. $(-4, -1)$.

3. $(-\infty, -10] \cup [2, +\infty) = \mathbb{R} - (-10, 2)$.

4. $(-\infty, -1) \cup \left(\frac{5}{3}, +\infty\right) = \mathbb{R} - \left[-1, \frac{5}{3}\right]$.

5. $\left[-\frac{15}{2}, \frac{9}{2}\right]$.

6. $(-\infty, \frac{2}{9}) \cup \left(\frac{14}{9}, +\infty\right) = \mathbb{R} - \left[\frac{2}{9}, \frac{14}{9}\right]$.

7. $(-\infty, -\frac{1}{10}] \cup \left[\frac{9}{10}, +\infty\right) = \mathbb{R} - \left(-\frac{1}{10}, \frac{9}{10}\right)$.

8. $\left(\frac{21}{5}, \frac{39}{5}\right)$.

9. $\mathbb{R} - \left\{\frac{10}{3}\right\}$.

10. $\left\{-\frac{3}{10}\right\}$.

11. \emptyset .

12. \mathbb{R} .

13. \mathbb{R} .

14. \emptyset .