

Optimización

1. Hallar dos números positivos cuya suma sea S y cuyo producto sea máximo.

s d 1

2. Hallar dos números positivos cuyo producto sea P y cuya suma sea mínima.

s d 2

3. Hallar dos números positivos cuyo producto sea P y la suma del primero más tres veces el segundo sea mínima.

s d 3

4. Hallar dos números positivos tales que el segundo número sea el inverso multiplicativo del primero y la suma sea mínima.

s d 4

5. Hallar dos números positivos tales que el primero más n veces el segundo sumen S y el producto sea máximo.

s d 5

6. La suma de tres números positivos es 30. El primero más el doble del segundo, más el triple del tercero suman 60. Elegir los números de modo que el producto de los tres sea el mayor posible.

s d 78

7. Un granjero que tiene 24 m de cerca desea encerrar un área rectangular y dividirla en tres corrales, colocando cercas paralelas a uno de los lados del rectángulo. ¿Cuál es el área total máxima posible de los tres corrales?

s d 6

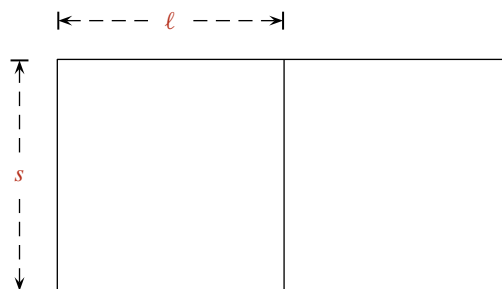
8. Un granjero que tiene C m de cerca desea encerrar un área rectangular y dividirla en cuatro corrales, colocando cercas paralelas a uno de los lados del rectángulo. ¿Cuál es el área total máxima posible de los cuatro corrales?

s d 7

9. Un granjero que tiene C m de cerca desea encerrar un área rectangular y dividirla en n corrales, colocando cercas paralelas a uno de los lados del rectángulo. ¿Cuál es el área total máxima posible de los n corrales?

s d 8

10. Un ranchero quiere bardear dos corrales rectangulares adyacentes idénticos, cada uno de 300 m^2 de área como se muestra en la figura.



¿Cuánto deben medir s & ℓ para que se utilice la mínima cantidad de barda?

s **d** 48

11. Un ganadero desea cercar un prado rectangular junto a un río. El prado ha de tener $180\,000\text{ m}^2$ para proporcionar suficiente pasto. ¿Qué dimensiones debe tener el prado para que requiera la menor cantidad de cerca posible, teniendo en cuenta que no hay que cercar en el lado que da al río?

s **d** 52

12. Un terreno rectangular está delimitado por un río en un lado y por una cerca eléctrica de un solo cable en los otros tres lados.

¿Cuáles son las dimensiones del terreno que nos dan el área máxima?

¿Cuál es la mayor área que pueda cercarse con un cable de 800 m ?

s **d** 73

13. Se desea hacer una caja abierta con una pieza cuadrada de material de 12 cm de lado, cortando cuadrillos iguales de cada esquina. Hallar el máximo volumen que puede lograrse con una caja así.

s **d** 84

14. Se va a construir una caja con la parte superior abierta a partir de un trozo cuadrado de cartón que tiene L metros de lado, recortando un cuadrado en cada una de las cuatro esquinas y doblando los lados hacia arriba. Encuentre el volumen más grande que puede tener la caja.

s **d** 10

15. Halle las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en un círculo de radio r .

s **d** 11

16. Una caja con base cuadrada y parte superior abierta debe tener un volumen de $V\text{ cm}^3$. Encuentre las dimensiones de la caja que minimicen la cantidad de material usado.

s **d** 13

17. Una caja con base y tapa cuadradas debe tener un volumen de 50 cm^3 . Encuentre las dimensiones de la caja que minimicen la cantidad de material usado.

s **d** 14

18. Una caja con base y tapa cuadradas debe tener un volumen de $V\text{ cm}^3$. Encuentre las dimensiones de la caja que minimicen la cantidad de material usado.

s **d** 15

19. Se quiere construir una cisterna con base rectangular y sin tapa, de manera tal que el ancho de la base sea el doble de la altura de la cisterna. Calcular las dimensiones que debe tener la cisterna para que el volumen sea de 20 m^3 y se requiera la mínima cantidad de material en su construcción.

s **d** 38

20. Un recipiente rectangular para almacenamiento, con la parte superior abierta, debe tener un volumen de $V\text{ m}^3$. El largo de su base es el doble del ancho. El material para la base cuesta B pesos el metro cuadrado. El material para los costados cuesta L pesos el metro cuadrado. Encuentre las dimensiones para tener el más barato de esos recipientes.

s **d** 23

21. Si se cuenta con $1\,000\text{ cm}^2$ de material para hacer una caja con base cuadrada y la parte superior abierta, encuentre el volumen máximo posible de la caja.

s **d** 16

22. Si se cuenta con $M \text{ cm}^2$ de material para hacer una caja con base cuadrada y la parte superior abierta, encuentre el volumen máximo posible de la caja.

s d 17

23. Si se cuenta con $1\,000 \text{ cm}^2$ de material para hacer una caja con base cuadrada, encuentre el volumen máximo posible de la caja.

s d 18

24. Si se cuenta con $M \text{ cm}^2$ de material para hacer una caja con base cuadrada, encuentre el volumen máximo posible de la caja.

s d 19

25. Demuestre que de todos los rectángulos con un área dada, el que tiene el menor perímetro es un cuadrado.

s d 20

26. Demuestre que de todos los rectángulos con un perímetro dado, el que tiene el área máxima es un cuadrado.

s d 21

27. Un recipiente rectangular para almacenamiento, con la parte superior abierta, debe tener un volumen de 10 m^3 . El largo de su base es el doble del ancho. El material para la base cuesta 3 pesos el metro cuadrado. El material para los costados cuesta 2 pesos el metro cuadrado. Encuentre las dimensiones para tener el más barato de esos recipientes.

s d 22

28. Halle el punto de la recta $y = -2x + 3$ más cercano al origen.

s d 24

29. Halle el punto de la recta $y = mx + b$ más cercano al origen.

s d 25

30. Una ventana normanda tiene forma de un rectángulo rematado por un semicírculo. Si el perímetro de la ventana es de $P \text{ m}$, encuentre las dimensiones de la ventana de modo que se admita la cantidad más grande posible de luz.

s d 27

31. Una pista de entrenamiento consta de dos semicírculos adosados en los lados opuestos de un rectángulo. Si su perímetro es de $P \text{ m}$, hallar las dimensiones que hacen máxima el área de la región rectangular.

s d 29

32. Un triángulo rectángulo está formado por los semiejes positivos y una recta que pasa por el punto (a, b) . Hallar los vértices de modo que su área sea mínima.

s d 30

33. Se quiere construir un recipiente cilíndrico de base circular con tapa y una capacidad para 600ℓ . Calcular las dimensiones que debe tener para que se requiera la mínima cantidad de material en su construcción.

(Considerar que $1 \ell = 1 \text{ dm}^3$.)

s d 39

34. Un cilindro circular recto ha de contener $V \text{ cm}^3$ de refresco y usar la mínima cantidad posible de material para su construcción. ¿Cuáles deben ser sus dimensiones?

s **d** 31

35. Determine el volumen máximo posible de un cilindro circular recto si el área total de su superficie, incluyendo las dos bases circulares, es de $150\pi \text{ m}^2$.

s **d** 47

36. Dos puntos A, B se encuentran en la orilla de una playa recta, separados 6 km entre sí. Un punto C esta frente a B a 3 km en el mar. Cuesta \$400.00 tender 1 km de tubería en la playa y \$500.00 en el mar. Determine la forma más económica de trazar la tubería desde A hasta C . (No necesariamente debe pasar por B .)

s **d** 40

37. Dos barcos salen al mismo tiempo; uno de un muelle, con dirección sur y con velocidad de 20 km/h. El otro parte hacia el muelle desde un punto que se encuentra a 15 km al oeste, a 10 km/h. ¿En qué momento se encuentran más próximos estos dos navíos?

s **d** 43

38. A las 13:00 horas un barco A se encuentra 20 millas al sur del barco B y viaja hacia el norte a 15 millas/h. El barco B navega hacia el oeste a 10 millas/h. ¿A qué hora se alcanza la distancia mínima entre las dos embarcaciones?

s **d** 56

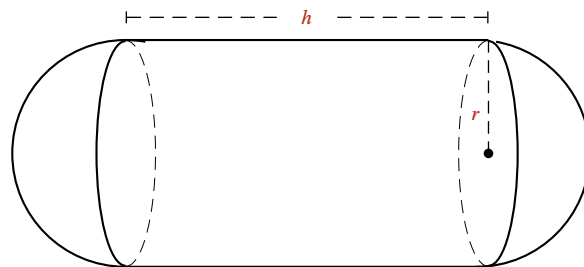
39. Se va a construir un tanque metálico de almacenamiento con volumen de 10ℓ en forma de un cilindro circular recto rematado por dos hemisferios (medias esferas). Tomando en cuenta que el volumen de la esfera es $\frac{4}{3}\pi r^3$ y que la superficie es $4\pi r^2$, encontrar las dimensiones del tanque que minimicen la cantidad de metal.

s **d** 61

40. Una lata de aceite tiene la forma de un cilindro con fondo plano en la base y una semiesfera en la parte superior. Si esta lata debe contener un volumen de 1 000 pulgadas cúbicas y se desprecia el espesor del material, determine las dimensiones que minimizan la cantidad de material necesario para fabricarla.

s **d** 66

41. Se desea construir un tanque de acero con la forma de un cilindro circular recto y semiesferas en los extremos para almacenar gas propano. El costo por pie cuadrado de los extremos es el doble de la parte cilíndrica. ¿Qué dimensiones minimizan el costo si la capacidad deseada es de $10\pi \text{ pies}^3$?



s **d** 45

42. Una página ha de contener 30 cm^2 de texto. Los márgenes superior e inferior deben ser de 2 cm y los laterales de 1 cm. Hallar las dimensiones de la página que permiten ahorrar más papel.

s d 74

43. Los costos de la empresa Alfa están dados por la función $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$, donde x representa miles de artículos vendidos. Se pronostica que los costos serán mínimos si se venden entre 1 700 y 1 800 artículos. ¿Es verdadero el pronóstico? Justifique su respuesta.

s d 77

44. Un hombre se encuentra en un punto A de la orilla de un río rectilíneo de 2 km de ancho. Sea C el punto enfrente de A en la otra orilla. El hombre desea llegar a un punto B situado a 8 km a la derecha y en la misma orilla de C .

El hombre puede remar en su bote cruzando el río hasta el punto D entre B y C . Si rema a 6 km/h y corre a 8 km/h ¿a qué distancia debe estar D del punto C , para llegar al punto B lo más pronto posible?

s d 79

45. La suma del perímetro de un círculo y un cuadrado es de 16 cm. Hallar las dimensiones de las dos figuras que hacen mínima el área total encerrada por ambas figuras.

s d 85