

Continuidad en un punto.

1. Considere la función

$$g(x) = \begin{cases} 3x^2 - a & \text{si } x < 1; \\ b & \text{si } x = 1; \\ \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1} & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

Determinar los valores de a, b para que la función sea continua en $x = 1$.

s d 9

2. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua en el punto -4 . Se define $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ por $g(x) = f(2x - 10) + \frac{x^2 - 2}{x + 3}$. ¿Es g continua en $a = 3$? Diga por qué.

s d 38

3. Dada la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 7 & \text{si } x < -2; \\ ax^2 - 3 & \text{si } -2 \leq x < 2; \\ b & \text{si } x = 2; \\ -x + 7 & \text{si } 2 < x. \end{cases}$$

- a. Determinar los valores de las constantes a, b que hacen de f una función continua en $x = 2$.
b. Reescriba la función f con los valores calculados de a, b . Estudie la continuidad o discontinuidad de f en $x = -2$.

s d 42

4. Considere la función

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{4|x|} & \text{si } x < 0; \\ \frac{1}{4} & \text{si } x = 0; \\ \frac{\sqrt{4+x} - 2}{x} & \text{si } x > 0, \end{cases}$$

y estudie su continuidad en $x = 0$.

s d 43

5. Determinar los valores de a, b para que la siguiente función sea continua en $x = 0$ y en $x = 3$.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{si } x < 0; \\ \frac{4 - \sqrt{4x+4}}{x^2 - 2x - 3} & \text{si } x \geq 0 \text{ \& } x \neq 3; \\ b & \text{si } x = 3. \end{cases}$$

s d 51

6. Calcule los valores de a & b de modo que la función

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < 1; \\ ax^2 + b & \text{si } 1 \leq x < 2; \\ 3x & \text{si } x \geq 2, \end{cases}$$

sea continua en $x = 1$ y en $x = 2$.

s **d** 55

7. Calcule los valores de a & b que hacen continua a la siguiente función en $x = -1$.

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{si } x < -1; \\ a & \text{si } x = -1; \\ bx^2 + 1 & \text{si } -1 < x < 2. \end{cases}$$

s **d** 56

8. Considere la función $g(x) = (x-1)f(x)$ con $0 \leq x \leq 2$, donde f es la función máximo entero. Decida, señalando claramente sus argumentos, si g es continua o no en $x = 1$.

s **d** 59

9. Determinar los valores de las constantes a , b & c que hacen continua en todo su dominio la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < -2; \\ ax^2 + b & \text{si } -2 \leq x < 1; \\ c & \text{si } x = 1; \\ 1 - x & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

s **d** 63

10. Dada la función $f(x) = \frac{3x^3 + 14x^2 - 27x + 4}{3x - 4}$, encuentre el punto donde esa función no es continua. ¿Cómo definiría la función en ese punto para que ésta resultase continua?

s **d** 66

11. Determine los valores de las constantes c & k que hacen continua la función en $x = 1$ y en $x = 4$.

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 1; \\ cx + k & \text{si } 1 < x < 4; \\ -2x & \text{si } 4 \leq x. \end{cases}$$

Dar un bosquejo de la gráfica de esa función con los valores encontrados.

s **d** 68

12. Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 4 & \text{si } x \leq -1; \\ 2ax + b & \text{si } -1 < x \leq 2; \\ x^2 - 4x + 4 & \text{si } 2 < x. \end{cases}$$

- Encontrar los valores de a, b para que la función sea continua en $x = -1$ y en $x = 2$.
- Graficar la función con los valores encontrados.

s **d** 70

13. Determine los valores de a, b para que la siguiente función sea continua en $x = -3$ y en $x = 3$.

$$f(x) = \begin{cases} a & \text{si } x = -3; \\ 9 - x^2 & \text{si } x \neq \pm 3; \\ b & \text{si } x = 3. \end{cases}$$

s **d** 75

14. Determine los valores a, b para que la función $f(x)$ sea continua en $x = -2$ y en $x = 3$.

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & \text{si } x \leq -2; \\ x^2 - 1 & \text{si } -2 < x \leq 3; \\ x - b & \text{si } x > 3. \end{cases}$$

s **d** 79

15. Una legislación estatal sobre impuestos establece un impuesto exigible de 12% sobre los primeros \$20 000 de ganancias gravables y de 16% sobre el resto de las ganancias. Calcular los valores de las constantes A y B para que la función de impuestos $T(x)$ sea continua para toda x .

$$T(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0; \\ A + 0.12x & \text{si } 0 < x \leq 20\,000; \\ B + 0.16(x - 20\,000) & \text{si } x > 20\,000. \end{cases}$$

s **d** 80

16. Calcule los valores de a, b que hacen que la siguiente función sea continua en $x = -1$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{2x} & \text{si } x < -1; \\ b & \text{si } x = -1; \\ x^2 + 1 & \text{si } -1 < x < 2. \end{cases}$$

s **d** 82

17. a. Hallar los valores de las constantes a, b de modo que la siguiente función sea continua en $x = -1$ y en $x = 3$.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq -1; \\ ax + b & \text{si } -1 < x < 3; \\ -2 & \text{si } x \geq 3. \end{cases}$$

- b. Dibujar la gráfica de f con los valores obtenidos.

s **d** 84

18. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & \text{si } x < -2; \\ -ax + 2b & \text{si } |x| \leq 2; \\ 3 - x^2 & \text{si } x > 2. \end{cases}$$

- a. Encuentre valores de a, b para que esa función sea continua en $x = -2$ y en $x = 2$.
b. Dé un bosquejo de la gráfica con estos valores.

s **d** 101

19. Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x - \sqrt{40 - 12x}}{3x^2 + x - 14} & \text{si } |x| \leq 3, x \neq 2, x \neq -\frac{7}{3}; \\ a & \text{si } x = 2. \end{cases}$$

¿Para qué valores de a la función es continua en $x = 2$?

s **d** 110

20. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} mx - n & \text{si } x < 1; \\ 5 & \text{si } x = 1; \\ 2mx + n & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

- a. Encontrar los valores de m y de n de modo que la función sea continua en $x = 1$. b. Graficar la función continua obtenida.

s **d** 112

21. Sea la función

$$g(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & \text{si } x < -1; \\ c & \text{si } x \in [-1, 1]; \\ x + 2 & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

- a. Encontrar los valores de a, c para que la función g sea continua en los puntos donde $|x| = 1$.
b. Dar un bosquejo de la gráfica de g con los valores encontrados.

s **d** 114

22. Sea la función

$$g(t) = \begin{cases} 3 & \text{si } t \leq -1; \\ at^2 + bt + 1 & \text{si } -1 < t < 2; \\ \frac{3}{2}t & \text{si } t \geq 2. \end{cases}$$

- a. Encontrar los valores de a, b para que la función g sea continua en $x = -1$ y en $x = 2$.
b. Con los valores encontrados, graficar la función.

s **d** 116