

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I EVALUACIÓN DE RECUPERACIÓN E1500

(1) Dibujar una función $f(x)$ que cumpla las condiciones siguientes:

(a) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$

(d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

(b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$

(e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$

(c) $f(x)$ tiene una discontinuidad removible en $x = 0$

(2) Calcular:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 1}$$

(3) Si

$$f(x) = \begin{cases} mx - n & \text{si } x < 1 \\ 5 & \text{si } x = 1 \\ 2mx + n & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Encontrar los valores de m y n de modo que la función sea continua. Dibujar la función continua obtenida.

(4) Encontrar la derivada de la función:

$$f(z) = \frac{\sqrt{z} + 1}{(\sqrt{z} + 3)^2}$$

(5) La altura de un proyectil lanzado desde el nivel del suelo está dada por:

$$s(t) = -16t^2 + 256t$$

en donde s se mide en pies y t en segundos.

(a) ¿Cuál es la velocidad media del proyectil entre $t = 2$ y $t = 5$?

(b) ¿ En qué instante choca contra el suelo?

(c) ¿Cuál es la velocidad de impacto?

(6) Dada la función:

$$f(x) = x^5 + x - 1$$

Verifique que hay un número c tal que $f(c) = 0$. Es decir, justifique que la función tiene una raíz.

(7) Encontrar una ecuación de la recta tangente en el punto $(-2, 2)$ a la gráfica de la función definida por:

$$x^4 + y^3 = 24$$

(8) Sea la función:

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 3x + 1$$

- (a) Encontrar los intervalos de monotonía de la función. Es decir, aquellos intervalos donde la función es creciente y aquellos donde es decreciente.
 - (b) Encontrar los intervalos de concavidad de la función. Es decir, aquellos intervalos donde la función es cóncava hacia abajo y aquellos donde es cóncava hacia arriba.
 - (c) Hacer un bosquejo de la gráfica de la función.
- (9) Una escalera de 3 metros se apoya sobre un muro de una casa. El pie de la escalera se separa de la base del muro a razón de 2 m/s . ¿A qué razón se desliza la parte superior de la escalera por el muro, cuando el pie de la misma está a 1 metro del muro?
- (10) Encuentre las dimensiones de la lata cilíndrica para jugo, que utilice la menor cantidad de material cuando el volumen del envase es de 32 cm^3 .